

Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике
для 5 класса

2025 — 2026 учебный год

Максимальное количество баллов за задачу — 7

Максимальное количество баллов за работу — 56

Задание № 1 Клон 1

Условие: Трое друзей сделали заявления.

Андрей: «Из двух моих друзей, Вани и Коли, ровно один говорит правду».

Ваня: «Из двух моих друзей, Андрея и Коли, ровно один говорит правду».

Коля: «Ни Андрей, ни Ваня не говорят правду».

Кто из трёх друзей лжёт? Выберите все подходящие варианты.

Решение: предположим, что Коля сказал правду. Тогда Андрей и Ваня лгут, но тогда из Андрея и Коли ровно один говорит правду — Коля, и тогда Ваня говорит верно, противоречие. Значит, Коля лжёт. Значит, из Андрея и Вани хотя бы один говорит правду. Но тогда и слова второго верны. Значит, Коля обязательно лжёт и двое остальных обязательно говорят правду.

Ответ: только Коля.

Критерии: Точное совпадение — 7 баллов.

Другой набор ответов: 0 баллов.

Задание № 1 Клон 2

Условие: Трое ребят сделали заявления.

Женя: «Ни Ефрем, ни Кирилл не говорят правду.»

Ефрем: «Из двух моих друзей, Кирилла и Жени, ровно один лжёт».

Кирилл: «Из двух моих друзей, Ефрема и Жени, ровно один лжет.»

Кто из трёх друзей говорит правду? Выберите все подходящие варианты.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: Кирилл, Ефрем.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 1 Клон 3

Условие: Три девочки сделали заявления.

Алиса: «Из двух моих подруг, Даши и Сони, ровно одна не лжёт».

Даша: «Из двух моих подруг, Алисы и Сони, ровно одна не лжёт».

Соня: «Алиса и Даша лгут».

Кто из трёх девочек говорит правду? Выберите все подходящие варианты.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: Алиса, Даша.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 1 Клон 4

Условие: Три девочки сделали заявления.

Ира: «Из двух моих подруг, Евы и Карины, ровно одна говорит правду».

Ева: «Ни Ира, ни Карина не говорят правду».

Карина: «Из двух моих подруг, Иры и Евы, ровно одна лжёт».

Кто из трёх девочек лжёт? Выберите все подходящие варианты.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: только Ева.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 2 Клон 1

Условие: Василий Васильевич и Пётр Петрович высаживают рассаду в открытый грунт. Растения размещают на одинаковом расстоянии друг от друга. Пётр Петрович посадил на прямолинейную грядку 30 саженцев, а грядка Василия Васильевича, также прямолинейная, оказалась в 3 раза длиннее. За длину грядки примите расстояние между крайними саженцами; размерами саженца пренебечь. Сколько растений посадил Василий Васильевич?

Решение: между 30 саженцами 29 промежутков. Поскольку длина грядки — это расстояние между крайними саженцами, то оно равно сумме длин всех промежутков. Грядка Василия Васильевича в 3 раза длиннее, значит, в ней промежутков в 3 раза больше — 87. У 87 промежутков 88 концов, в каждом конце — по саженцу. Итого получаем 88 саженцев у Василия Васильевича.

Ответ: 88.

Критерии: Точное совпадение — 7 баллов.

Задание № 2 Клон 2

Условие: Иван Денисович и Тихон Исаевич высаживают деревья для живой ограды вдоль дороги. Растения размещают на одинаковом расстоянии друг от друга. Тихон Исаевич посадил у себя 17 саженцев, а ограда Ивана Денисовича оказалась в 4 раза длиннее. За длину грядки примите расстояние между крайними саженцами; размерами саженца пренебечь. Сколько растений посадил Иван Денисович?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 65.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 2 Клон 3

Условие: Тит Кузьмич и Фрол Фомич высаживают рассаду в открытый грунт. Растения размещают на одинаковом расстоянии друг от друга. Фрол Фомич посадил на прямолинейную грядку 70 саженцев, а грядка Тита Кузьмича, также прямолинейная, оказалась в 3 раза короче. За длину грядки примите расстояние между крайними саженцами; размерами саженца пренебечь. Сколько растений посадил Тит Кузьмич?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 24.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 2 Клон 4

Условие: Викентий Аристархович и Иван Иванович готовятся сделать у себя заборы вдоль прямой дороги. Для этого они ставят деревянные столбы на одинаковом расстоянии друг от друга. Викентий Аристархович поставил у себя 25 столбов, а участок Ивана Ивановича оказался в 3 раза короче. За длину забора примите расстояние между крайними столбами; размерами столбов пренебечь. Сколько столбов поставил Иван Иванович?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 9.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 2 Клон 5

Условие: Пётр Петрович и Семён Семёнович готовятся сделать у себя заборы вдоль прямой дороги. Для этого они ставят деревянные столбы на одинаковом расстоянии друг от друга. Пётр Петрович поставил у себя 20 столбов, а участок Семёна Семёновича оказался в 4 раза длиннее. За длину забора примите расстояние между крайними столбами; размерами столбов пренебечь. Сколько столбов поставил Семён Семёнович?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 77.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 3 Клон 1

Условие: Ксюша, Лена и Маша участвовали в олимпиаде, состоящей из 5 задач. Оказалось, что все решили верно разное количество задач, но каждая девочка решила хотя бы одну, и каждая задача была хоть кем-то решена. Ксюша решала подряд, и ей не хватило лишь несколько минут, чтобы перевалить за половину. Маша гордится, что только она одна справилась с пятой задачей. Сумма номеров задач, решённых Леной, равна 6, а сумма номеров задач, решённых Леной и Ксюшей – составное число. Первую задачу решили две девочки. Кто какие задачи решил верно?

Решение: Ксюша решала подряд и решила меньше половины, значит, она решила либо только задачу №1, либо №1 и №2. Сумма номеров задач, решённых Леной, равна 6, а сумма номеров задач, решённых Леной и Ксюшей – составное число, которое не больше $6 + 1 + 2 = 9$. При этом оно не может быть 6, ведь Ксюша решила хоть что-то, не может быть 7, так как 7 простое, не может быть 8, так как тогда Ксюша решила бы только №2. Значит, сумма номеров задач Лены и Ксюши равна 9. Тогда Ксюша решила №1 и №2, Лена не могла решить одну задачу, так как $5 < 6$, и не могла решить две, так как две решила Ксюша. Возьмём три наименьших номера: $1 + 2 + 3 = 6$, значит, любые другие три задачи будут давать сумму номеров больше, четыре тем более. Тогда Лена решила №1, №2 и №3. Наконец, Маша не решила №1, эту задачу решили ровно двое, обязательно решила №5, №4 (ведь Лена и Маша не решили), и у неё не может быть ровно 2 или ровно 3 задачи. Значит, у неё 4 задачи – №№ 2, 3, 4, 5.

Ответ: Ксюша — 1, 2; Лена — 1, 2, 3; Маша — 2, 3, 4, 5.

Критерии: Точное совпадение — 7 баллов.

Задание № 3 Клон 2

Условие: Трое пятиклассников, Лёша, Миша и Костя, участвовали в олимпиаде, состоящей из 5 задач. Все решили верно разное количество задач, но каждый решил хотя бы одну, каждая задача была решена либо всеми, либо кем-то одним. Миша решал подряд, а его друг решил задач вдвое больше. Лёша не любит комбинаторные задачи, поэтому обе их пропустил. Суммы номеров решенных задач у каждого мальчика — простые числа. Кто какие задачи решил верно?

Решение: Друг Миши решил не больше 5 задач, значит, Миша решил не больше 2. Тогда он решил либо №1, либо №1 и №2. Но 1 не является простым числом, значит, Мишины задачи — №1 и №2. Лёша пропустил две, тогда решил не больше 3, значит, Мишин друг — Костя, и он должен решить 4 задачи. $1+2+3+4 = 10$, $1+2+3+5 = 11$, $1+2+4+5 = 12$, $1+3+4+5 = 13$, $2+3+4+5 = 14$. 10, 12, 14 — составные числа, значит, набор задач Кости — либо 1, 2, 3, 5, либо 1, 3, 4, 5.

В первом случае Лёша обязательно решил задачи 1 и 2, ведь, по условию, каждую задачу решил либо один мальчик, либо все. Кроме того, он обязательно решил №4, поскольку её не решили остальные.

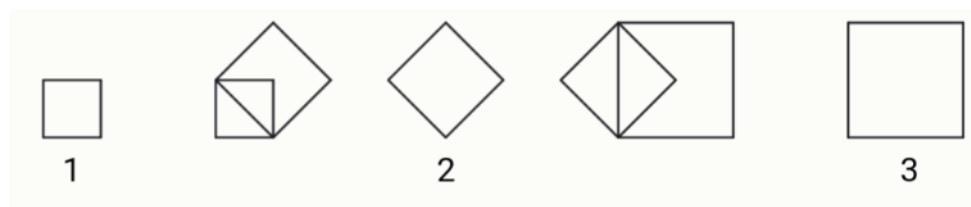
В случае набора задач Кости 1, 3, 4, 5, получаем, что Лёша обязательно решил №1, и не решил №№ 2, 3, 4, 5. Тогда его сумма номеров 1 — не будет простым числом. Противоречие.

Ответ: Костя — 1, 2, 3, 5; Лёша — 1, 2, 4; Миша — 1, 2.

Критерии: аналогичны клону 1.

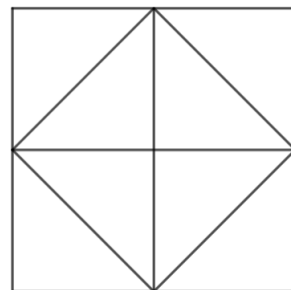
Задание № 4 Клон 1

Условие: Начнём с квадрата стороной 5. Сторона каждого следующего квадрата равна диагонали предыдущего. На рисунке показано, как были получены второй и третий квадраты. Найдите длину стороны одиннадцатого квадрата.



Решение: возьмём четыре квадрата со стороной 5, и сложим из них вдвое больший квадрат.

Середины сторон полученного большого квадрата образуют квадрат, стороны которого совпадают с диагоналями четырёх маленьких квадратов, а диагональ равна стороне большого, то есть 10. Тогда сторона квадрата №3 в 2 раза больше стороны квадрата №1, сторона №5 в 2 раза больше стороны №3 и так далее. Получили, что у всех квадратов с нечётными номерами стороны удваиваются. Аналогично, у всех чётных квадратов диагонали удваиваются,



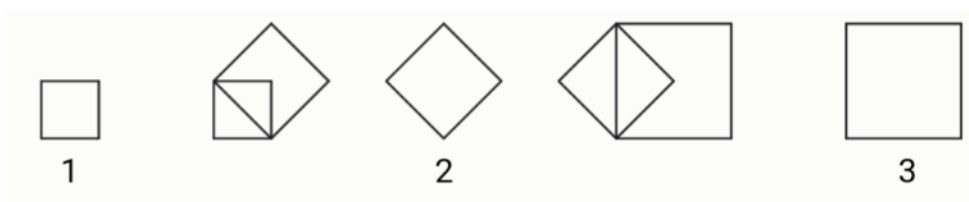
начиная с диагонали квадрата №2. $\frac{11-1}{2} = 5$, значит, когда мы доберёмся до 11 квадрата, сторона удвоится 5 раз и будет $5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 160$.

Ответ: 160.

Критерии: Точное совпадение — 7 баллов.

Задание № 4 Клон 2

Условие: Начнём с квадрата стороной 3. Сторона каждого следующего квадрата равна диагонали предыдущего. На рисунке показано, как были получены второй и третий квадраты. Найдите длину стороны тринадцатого квадрата.



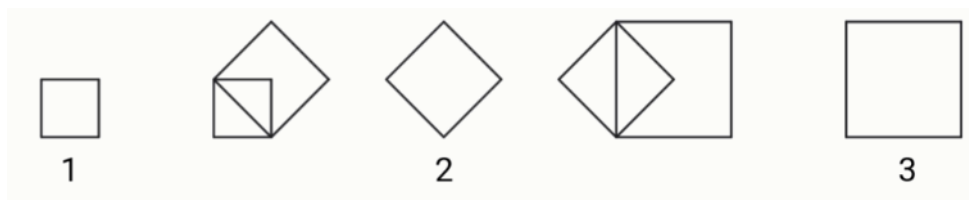
Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 192.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 3

Условие: Начнём с квадрата стороной 11. Сторона каждого следующего квадрата равна диагонали предыдущего. На рисунке показано, как были получены второй и третий квадраты. Найдите длину диагонали восьмого квадрата.



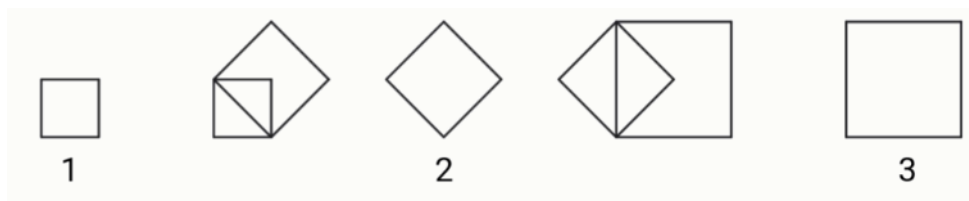
Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 176.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 4 Клон 4

Условие: Начнём с квадрата стороной 7. Сторона каждого следующего квадрата равна диагонали предыдущего. На рисунке показано, как были получены второй и третий квадраты. Найдите длину диагонали десятого квадрата.



Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 224.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 1

Условие: У Алисы на стене висят механические часы, их приводят в действие три шестерёнки. Первая шестерёнка делает полный оборот за 5 часов, вторая — за 8, третья — за 12. Когда все шестерёнки одновременно окажутся в исходном положении, часы остановятся, и их нужно снова заводить. Через сколько часов это произойдёт?

Решение: если шестерёнки одновременно оказались в исходном положении, то каждая сделала целое число полных оборотов. Значит, количество прошедших часов должно делиться на 5, 8 и 12. 12 делится на 3, значит, искомое число — тоже. Числа 5 и 3 — простые, и 8 на них не делится, значит, искомое число должно быть хотя бы $5 \cdot 3 \cdot 8 = 120$. Оно уже подходит, значит, ближайший момент, когда часы снова нужно заводить, наступит через 120 часов.

Ответ: 120.

Критерии: Точное совпадение — 7 баллов.

Задание № 5 Клон 2

Условие: У Алисы на стене висят механические часы, их приводят в действие три шестерёнки. Первая шестерёнка делает полный оборот за 6 часов, вторая — за 7, третья — за 9. Когда все шестерёнки одновременно окажутся в исходном положении, часы остановятся, и их нужно снова заводить. Через сколько часов это произойдёт?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 126.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 3

Условие: У Алисы на стене висят механические часы, их приводят в действие три шестерёнки. Первая шестерёнка делает полный оборот за 4 часа, вторая — за 7, третья — за 10. Когда все шестерёнки одновременно окажутся в исходном положении, часы остановятся, и их нужно снова заводить. Через сколько часов это произойдёт?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 140.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 5 Клон 4

Условие: У Алисы на стене висят механические часы, их приводят в действие три шестерёнки. Первая шестерёнка делает полный оборот за 21 час, вторая — за 35, третья — за 15. Когда все шестерёнки одновременно окажутся в исходном положении, часы остановятся, и их нужно снова заводить. Через сколько часов это произойдёт?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 105.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 1

Условие: На электронное табло вывели число 19. Каждую секунду на табло отображается число, равное увеличенному на 14 произведению цифр предыдущего числа. При этом предыдущее число с табло пропадает.

а) Определите все числа, которые за первую минуту выводились на табло ровно по одному разу, включая изначальное. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости. Порядок неважен.

б) Какое число выведется на табло ровно через минуту после числа 19?

Решение: выпишем несколько первых чисел, появляющихся на табло:

$$\begin{aligned}19 \\23 &= 1 \cdot 9 + 14 \\20 &= 2 \cdot 3 + 14 \\14 &= 2 \cdot 0 + 14 \\18 &= 1 \cdot 4 + 14 \\22 &= 1 \cdot 8 + 14 \\18 &= 2 \cdot 2 + 14 \\22 &= 1 \cdot 8 + 14\end{aligned}$$

Далее, как видно из равенств, из числа 18 всегда получается 22, а из 22 — всегда получается 18, и эта пара будет повторяться всё оставшееся время. При этом 18 появилось спустя 4 секунды после числа 19, значит, далее оно будет выводиться на чётных секундах, а 22 — на нечётных. Тогда спустя минуту, то есть 60 секунд, выведется число 18. По одному разу же встретятся первые 4 числа.

Ответ: а) 19, 23, 20, 14; б) 18.

Критерии: Точное совпадение — 7 баллов.

Верный ответ в пункте а) — 4 балла.

Есть 3 верных числа в пункте а) — 1 балл.

Если есть хотя бы один неверный ответ в пункте а) — 0 баллов.

Верный ответ в пункте б) — 3 балла.

Задание № 6 Клон 2

Условие: На электронное табло вывели число 19. Каждую секунду на табло отображается число, равное увеличенному на 28 произведению цифр предыдущего числа. При этом предыдущее число с табло пропадает.

а) Определите все числа, которые за первую минуту выводились на табло ровно по одному разу, включая изначальное. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости. Порядок неважен.

б) Какое число выведется на табло ровно через минуту после числа 19?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 19, 37, 49, 64; б) 52.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 3

Условие: На электронное табло вывели число 21. Каждую секунду на табло отображается число, равное увеличенному на 14 произведению цифр предыдущего числа. При этом предыдущее число с табло пропадает.

а) Определите все числа, которые за первую минуту выводились на табло ровно по одному разу, включая изначальное. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости. Порядок неважен.

б) Какое число выведется на табло ровно через минуту после числа 21?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 21, 16, 20, 14; б) 18.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 6 Клон 4

Условие: На электронное табло вывели число 27. Каждую секунду на табло отображается число, равное увеличенному на 28 произведению цифр предыдущего числа. При этом предыдущее число с табло пропадает.

а) Определите все числа, которые за первую минуту выводились на табло ровно по одному разу, включая изначальное. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости. Порядок неважен.

б) Какое число выведется на табло ровно через минуту после числа 27?

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 27, 42, 36, 46; б) 52.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 1

Условие: Саша записал в порядке возрастания 7 различных натуральных чисел, нашёл их сумму и разделил её на их количество, получив тем самым среднее арифметическое, которое оказалось равно 7.

а) Найдите наибольшее возможное значение седьмого числа.

б) Найдите наибольшее возможное значение шестого числа.

Решение: домножим среднее на количество чисел, получим сумму: $7 \cdot 7 = 49$. Значит, сумма всех чисел фиксирована, тогда одно из них примет наибольшее возможное значение, когда сумма остальных будет наименьшей.

а) Наименьшие 6 различных натуральных чисел — 1, 2, 3, 4, 5, 6. Их сумма $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$. Тогда седьмое число не больше $49 - 21 = 28$. Оно подходит, так как $\frac{1+2+3+4+5+6+28}{7} = 7$.

б) Будем искать наименьшую сумму всех чисел, кроме шестого. Первые пять возьмём наименьшие возможные среди всех натуральных чисел: 1, 2, 3, 4, 5, их сумма 15. Седьмое число обязательно больше шестого, а сумма их не больше $49 - 15 = 34$. Тогда шестое число не больше $\frac{34}{2} = 17$. Ровно 17 не может быть, так как седьмое тогда тоже будет 17. Тогда шестое число не больше 16. Оно подходит, так как $\frac{1+2+3+4+5+16+18}{7} = 7$.

Ответ: а) 28; б) 16.

Критерии: Точное совпадение — 7 баллов.

Верный ответ в пункте а) — 3 балла.

Верный ответ в пункте б) — 4 балла.

Задание № 7 Клон 2

Условие: Серёжа записал в порядке убывания 6 различных натуральных чисел, нашёл их сумму и разделил её на их количество, получив тем самым среднее арифметическое, которое оказалось равно 8.

а) Найдите наибольшее возможное значение первого числа.

б) Найдите наибольшее возможное значение второго числа.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 33; б) 18.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 3

Условие: Данил записал в порядке убывания 7 различных натуральных чисел, нашёл их сумму и разделил её на их количество, получив тем самым среднее арифметическое, которое оказалось равно 6.

а) Найдите наибольшее возможное значение первого числа.

б) Найдите наибольшее возможное значение второго числа.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 21; б) 13.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 7 Клон 4

Условие: Илья записал в порядке возрастания 8 различных натуральных чисел, нашёл их сумму и разделил её на их количество, получив тем самым среднее арифметическое, которое оказалось равно 7.

а) Найдите наибольшее возможное значение восьмого числа.

б) Найдите наибольшее возможное значение седьмого числа.

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: а) 28; б) 17.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 1

Условие: В магическом квадрате сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и обеих диагоналях одна и та же. В приведённом на рисунке магическом квадрате стёрли все числа, кроме трёх. Заполните пропуск.

	20	25
2		

Решение: пока мы не знаем, какое число должно стоять вместо пропуска в левой верхней клетке, обозначим его x . Сумма в верхней строке получилась $x + 20 + 25$. Сумма в левом столбце и в верхней строке одинакова, потому слева внизу стоит число $20 + 25 + x - x - 2 = 43$. На диагоналях та же сумма, потому в центре стоит число $x + 20 + 25 - 25 - 43 = x - 23$. Во втором столбце сумма та же, потому среднее нижнее число $x + 20 + 25 - 20 - x + 23 = 48$. Теперь мы получили на главной диагонали числа x и $x - 23$, а в нижней строке 43 и 48. Но суммы снова одинаковы, потому $x + x - 23 = 43 + 48$. Тогда $2 \cdot x - 23 = 91$, откуда $x = \frac{91 + 23}{2} = 57$.

x	20	25
2		

x	20	25
2		
43		

x	20	25
2	$x - 23$	
43		

x	20	25
2	$x - 23$	
43	48	

Ответ: 57.

Критерии: Точное совпадение — 7 баллов.

Задание № 8 Клон 2

Условие: В магическом квадрате сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и обеих диагоналях одна и та же. В приведённом на рисунке магическом квадрате стёрли все числа, кроме трёх. Заполните пропуск.

	8	27
14		

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 37.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 3

Условие: В магическом квадрате сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и обеих диагоналях одна и та же. В приведённом на рисунке магическом квадрате стёрли все числа, кроме трёх. Заполните пропуск.

	7	
19		
28		

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 55.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 4

Условие: В магическом квадрате сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и обеих диагоналях одна и та же. В приведённом на рисунке магическом квадрате стёрли все числа, кроме трёх. Заполните пропуск.

	18	
4		
24		

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 23.

Критерии: аналогичны клону 1.

Задание № 8 Клон 5

Условие: В магическом квадрате сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и обеих диагоналях одна и та же. В приведённом на рисунке магическом квадрате стёрли все числа, кроме трёх. Заполните пропуск.

		25
		8
	20	

Решение: аналогично клону 1.

Ответ: 24.

Критерии: аналогичны клону 1.

