

Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике
для 6 класса
2025–2026 учебный год
Максимальное количество баллов за олимпиаду — 56

6 класс

6.1. Клон 1. Для приготовления торта нужно было использовать определённое количество сахара. Маша отсыпала половину от всего нужного количества, а затем из этой половины использовала треть. Даша отсыпала девятую часть от всего количества, а затем использовала половину от этой части. Во сколько раз больше сахара использовала Маша по сравнению с Дашей?

Ответ: 3.

Решение: Пусть x – нужное количество сахара. Тогда Маша отсыпала $\frac{x}{2}$, а использовала $\frac{x}{6}$. Даша отсыпала $\frac{x}{9}$, а использовала $\frac{x}{18}$. Значит, Маша использовала больше в $\frac{x}{6} : \frac{x}{18} = 3$ раза.

Клон 2. Для приготовления торта нужно было использовать определённое количество сахара. Женя отсыпала треть от всего нужного количества, а затем из этой трети использовала половину. Саша отсыпала девятую часть от всего количества, а затем использовала четверть от этой части. Во сколько раз больше сахара использовала Женя по сравнению с Сашей?

Ответ: 6.

Клон 3. Для приготовления торта нужно было использовать определённое количество сахара. Алина отсыпала треть от всего нужного количества, а затем из этой трети использовала четверть. Ксюша отсыпала двенадцатую часть от всего количества, а затем использовала четверть от этой части. Во сколько раз больше сахара использовала Алина по сравнению с Ксюшей?

Ответ: 4.

Клон 4. Для приготовления торта нужно было использовать определённое количество сахара. Камилла отсыпала четверть от всего нужного количества, а затем из этой четверти использовала треть. София отсыпала двенадцатую часть от всего количества, а затем использовала половину от этой части. Во сколько раз больше сахара использовала Камилла по сравнению с Софией?

Ответ: 2.

6.2. Клон 1. Андрей написал на доске числа 1 и a ; Борис – числа a , b и 3; Виктор написал 2, 4 и c , Данил – a , b и 4, а Гриша написал четыре числа a , b , c , d . Ни один мальчик не написал одно и то же число дважды. Все числа, написанные Андреем, содержатся и в записи Данила, а все написанные Борисом, Виктором и Данилом можно найти в записи Гриши. Чему равны числа a , b , c , d ?

Ответ: $a = 2, b = 1, c = 3, d = 4$.

Решение: Поскольку все записанные числа каждым из персонажей задачи различные и все, что есть у Андрея, записано у Данила, следует, что $b = 1$. Из последнего условия следует, что a, c, d – это 2, 3, 4 в каком-то порядке. Поскольку $c \neq 2, c \neq 1, c \neq 4$, то $c = 3$. Поскольку $a \neq 1, a \neq 3, a \neq 4$, то $a = 2$. Значит, $d = 4$.

Клон 2. Максим написал на доске числа 1 и a ; Егор – числа a , b и 2; Кирилл написал 3, 4 и c , Саша – a , b и 4, а Артем написал четыре числа a , b , c , d . Ни один мальчик не написал одно и то же число дважды. Все числа, написанные Максимом, содержатся и в записи Саши, а все написанные Егором, Кириллом и Сашей можно найти в записи Артёма. Чему равны числа a , b , c , d ?

Ответ: $a = 3, b = 1, c = 2, d = 4$.

Клон 3. Денис написал на доске числа 2 и a ; Федя – числа a , b и 3; Тимур написал 4, 5 и c , Миша – a , b и 4, а Андрей написал четыре числа a , b , c , d . Ни один мальчик не написал одно и то же число дважды. Все числа, написанные Денисом, содержатся и в записи Миши, а все написанные Федей, Тимуром и Мишей можно найти в записи Андрея. Чему равны числа a , b , c , d ?

Ответ: $a = 5, b = 2, c = 3, d = 4$.

Клон 4. Олег написал на доске числа 2 и a ; Матвей – числа a, b и 4; Леня написал 6, 8 и c , Сережа – a, b и 6, а Юра написал четыре числа a, b, c, d . Ни один мальчик не написал одно и то же число дважды. Все числа, написанные Олегом, содержатся и в записи Серёжи, а все написанные Матвеем, Лёней и Серёжей можно найти в записи Юры. Чему равны числа a, b, c, d ?

Ответ: $a = 8, b = 2, c = 4, d = 6$.

6.3. Клон 1. К числу 60 прибавили меньшее составное число. Какое простое число могло получиться в сумме? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Ответ: 109.

Решение. 60 - чётное число, значит, к 60 прибавили нечётное составное, меньшее 60. Причем это число должно быть не кратно 3 и не кратно 5, иначе результат сложения будет составным. Значит, в разложении на простые множители это число имеет хотя бы два простых множителя, не меньших 7, такое число, меньшее 60, только одно, это 49. Таким образом, в сумме могло получиться только $60 + 49 = 109$. Число 109 простое.

Клон 2. От простого числа отняли 60 и в результате получилось составное число, меньшее 60. Чему мог быть равен результат вычитания? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Ответ: 49.

Клон 3. К числу 42 прибавили меньшее составное число. Какое простое число могло получиться в сумме? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Ответ: 67.

Клон 4. От простого числа отняли 42 и в результате получилось составное число, меньшее 42. Чему мог быть равен результат вычитания? Укажите все подходящие варианты. Каждый ответ записывайте в отдельное поле, добавляя их при необходимости.

Ответ: 25.

6.4. Клон 1. На клетчатой бумаге (сторона клетки равна 1) по линиям сетки нарисован прямоугольник, который можно разрезать по линиям сетки как на два прямоугольника с периметрами по 18, так и на два прямоугольника с периметрами по 24. Какова его площадь?

Ответ: 40

Решение. Обозначим стороны прямоугольника через a и b , периметр $P = 2(a + b)$. Тогда $P + 2a = 2 \cdot 24 = 48, P + 2b = 2 \cdot 18 = 36$ (так как линия разреза считается 2 раза). Сложив эти равенства, получаем: $P + 2a + P + 2b = 3P = 84$ Отсюда $P = 28, a = 10, b = 4$, и площадь прямоугольника равна $ab = 10 \cdot 4 = 40$.

Клон 2. На клетчатой бумаге (сторона клетки равна 1) по линиям сетки нарисован прямоугольник, который можно разрезать по линиям сетки как на два прямоугольника с периметрами по 22, так и на два прямоугольника с периметрами по 26. Какова его площадь?

Ответ: 60

Клон 3. На клетчатой бумаге (сторона клетки равна 1) по линиям сетки нарисован прямоугольник, который можно разрезать по линиям сетки как на два прямоугольника с периметрами по 22, так и на два прямоугольника с периметрами по 32. Какова его площадь?

Ответ: 56

Клон 4. На клетчатой бумаге (сторона клетки равна 1) по линиям сетки нарисован прямоугольник, который можно разрезать по линиям сетки как на два прямоугольника

с периметрами по 20, так и на два прямоугольника с периметрами по 22. Какова его площадь?

Ответ: 48

6.5. Клон 1. Чтобы поехать на математический турнир, ребята из 6А выбирали капитана команды. На голосование было выставлено три ученика: Артем, Леша, и Саша. Каждый ученик класса отдал ровно по одному голосу за двоих из кандидатов, за себя никто не голосовал. Известно, что Артем набрал 3 голоса, Леша — 13 голосов. Сколько голосов мог набрать Саша?

Ответ: 12, 14

Решение. Пусть x — количество голосов за Сашу. Проголосовавшие за Лешу отдали по голосу еще кому-то другому, а также Леша отдал 2 голоса не за себя. Значит, $3 + x \geq 13 + 2$, $x \geq 12$. Аналогично, проголосовавшие за Сашу отдали по голосу еще кому-то другому, а также Саша отдал 2 голоса не за себя. Значит, $3 + 13 \geq x + 2$, $14 \geq x$. Каждый отдал по два голоса, следовательно, сумма количеств голосов четна. Тогда $x \neq 13$. Саша мог набрать 14 голосов, если один из учеников, не являющийся кандидатом, проголосовал за него и Артема, а остальные 11 не кандидатов — за него и Лешу. Саша мог набрать 12 голосов, если один из учеников, не являющийся кандидатом, проголосовал за Артема и Лешу, а остальные 10 не кандидатов — за Сашу и Лешу. *Каждый кандидат голосовал за двух других кандидатов, это следует из условия.*

Клон 2. Чтобы поехать на математический турнир, ребята из 6А выбирали капитана команды. На голосование было выставлено ровно три ученика из 6А: Артем, Леша, и Саша. Каждый ученик класса отдал ровно по одному голосу за двоих различных кандидатов, за себя никто не голосовал. Известно, что Артем набрал 3 голоса, Леша — 14 голосов. Сколько голосов мог набрать Саша?

Ответ: 13, 15

Клон 3. Чтобы поехать на математический турнир, ребята из 6А выбирали капитана команды. На голосование было выставлено ровно три ученика: Артем, Леша, и Саша. Каждый ученик класса отдал ровно по одному голосу за двоих из кандидатов, за себя никто не голосовал. Известно, что Артем набрал 3 голоса, Леша — 15 голосов. Сколько голосов мог набрать Саша?

Ответ: 14, 16

Клон 4. Чтобы поехать на математический турнир, ребята из 6А выбирали капитана команды. На голосование было выставлено ровно три ученика: Артем, Леша, и Саша. Каждый ученик класса отдал ровно по одному голосу за двоих из кандидатов, за себя никто не голосовал. Известно, что Артем набрал 3 голоса, Леша — 16 голосов. Сколько голосов мог набрать Саша?

Ответ: 15, 17

6.6. Клон 1. В гробнице в ряд стояли 112 фигурок ушебти. Некоторые были фаянсовыми, остальные — каменными. Каждая фигурка имела массу 100 или 200 граммов. По древнему завету рядом с каждой двухсотграммовой фигуркой должны стоять две каменных, а рядом с каждой стогаммовой хотя бы одна каменная. Расхититель гробниц вынес все фаянсовые ушебти. Какой наибольший вес он мог унести? Ответ выразите в граммах.

Ответ: 7400 г.

Решение. *Оценка.* Разобьем все фигурки на 38 групп — две крайние группы по две фигурки и 36 групп по три соседних фигурки. Крайние фигурки в ряду могут быть только по 100 г, а соседние с ними должны быть каменными. Значит, в каждой из них не более 100 г фаянса. У каждой фигурки есть хотя бы одна соседняя каменная фигурка. Значит, в каждой тройке либо не более одной фаянсовой фигуры, либо две фаянсовых, которые

могут быть только соседними и стограммовыми. В любом случае в группе из трех фигурок не более 200 г фаянса. Значит, суммарная масса фаянсовых фигур не превосходит $100 + 100 + 36 \cdot 200 = 7400$.

Пример: 1 1 1 2 1 1 2 1 . . . 1 2 1 1 1 (единичками обозначены стограммовые фигурки, двойками — двухсотграммовые; жирным обозначены каменные фигурки, остальные — фаянсовые).

Клон 2. В гробнице в ряд стояли 118 фигурок ушебти. Некоторые были фаянсовыми, остальные — каменными. Каждая фигурка имела массу 100 или 200 граммов. По древнему завету рядом с каждой двухсотграммовой фигуркой должны стоять две каменных, а рядом с каждой стограммовой хотя бы одна каменная. Расхититель гробниц вынес все фаянсовые ушебти. Какой наибольший вес он мог унести? Ответ выразите в граммах.

Ответ: 7800 г.

Клон 3. В гробнице в ряд стояли 124 фигурки ушебти. Некоторые были фаянсовыми, остальные — каменными. Каждая фигурка имела массу 100 или 200 граммов. По древнему завету рядом с каждой двухсотграммовой фигуркой должны стоять две каменных, а рядом с каждой стограммовой хотя бы одна каменная. Расхититель гробниц вынес все фаянсовые ушебти. Какой наибольший вес он мог унести? Ответ выразите в граммах.

Ответ: 8200 г.

Клон 4. В гробнице в ряд стояли 130 фигурок ушебти. Некоторые были фаянсовыми, остальные — каменными. Каждая фигурка имела массу 100 или 200 граммов. По древнему завету рядом с каждой двухсотграммовой фигуркой должны стоять две каменных, а рядом с каждой стограммовой хотя бы одна каменная. Расхититель гробниц вынес все фаянсовые ушебти. Какой наибольший вес он мог унести? Ответ выразите в граммах.

Ответ: 8600 г.

6.7. Клон 1. В стране сто поселков, которым присвоены номера 1, 2, 3, . . . , 100. Два поселка соединены прямой дорогой, если сумма их номеров делится на 5. Какое минимальное число дорог еще надо построить, чтобы из каждого поселка можно было попасть в любой другой, возможно, через другие поселки?

Ответ: 2

Решение. *Оценка.* Нарисуем мысленно схему дорог, в которой вершины — это поселки, линия между ними проводится в том и только том случае, когда сумма номеров поселков кратна 5. Все номера разбиваются на пять групп по остаткам при делении на 5.

Заметим, что в группе А поселков с номерами, кратными 5, каждый поселок соединен дорогой с каждым, и они не соединены с остальными поселками.

В группе Б с номерами, которые при делении на 5 дают в остатке 1 и 4, каждый поселок с остатком 1 соединен с каждым поселком с остатком 4, поэтому в этой группе из каждого поселка можно попасть в каждый.

Аналогичное свойство имеет группа В поселков с номерами, имеющими остатки 2 и 3.

Таким образом, схема распадается на 3 группы поселков, в каждой из групп из любого поселка можно попасть в любой другой, а между разными группами дорог нет. Чтобы из любого поселка можно было попасть в любой, нужно построить хотя бы 2 дороги.

Пример. Достаточно провести произвольную дорогу из группы А в группу Б и дорогу из группы Б в группу В. Например, добавим дороги из пятого поселка в первый и второй.

Клон 2. В стране 80 поселков с номерами 1, 2, . . . , 80. Два поселка соединены прямой дорогой, если сумма их номеров делится на 10. Какое минимальное число дорог ещё надо построить, чтобы из каждого поселка можно было попасть в любой другой, возможно, через другие поселки?

Ответ: 5

Клон 3. В стране 90 поселков с номерами 1, 2, . . . , 90. Два поселка соединены прямой дорогой, если сумма их номеров делится на 6. Какое минимальное число дорог ещё надо

построить, чтобы из каждого поселка можно было попасть в любой другой, возможно, через другие поселки?

Ответ: 3

Клон 4. В стране 120 поселков с номерами $1, 2, \dots, 120$. Два поселка соединены прямой дорогой, если сумма их номеров делится на 8. Какое минимальное число дорог ещё надо построить, чтобы из каждого поселка можно было попасть в любой другой, возможно, через другие поселки?

Ответ: 4

6.8. Клон 1. На доске записаны все шестизначные натуральные числа, десятичная запись которых содержит каждую из цифр $1, 3, 4, 5, 6, 7$ ровно по одному разу. Каждую минуту выбирают наибольшее и наименьшее среди записанных на доске чисел и стирают. Какая пара чисел будет стерта последней?

Ответ: 476531 и 513467.

Решение. Будем считать, что все числа указанного вида упорядочены по возрастанию. Заметим, что всего таких чисел $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ а чисел, которые начинаются на любую цифру из этих шести – по $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ для каждой цифры. Тогда каждую минуту из этих чисел стирают первое и последнее, и последней парой будут 360-е и 361-е числа из этого ряда. Поэтому искомые числа – это наибольшее число с первой цифрой 4, и наименьшее число с первой цифрой 5, то есть 476531 и 513467.

Клон 2. На доске записаны все шестизначные натуральные числа, десятичная запись которых содержит каждую из цифр $3, 4, 5, 6, 7, 9$ ровно по одному разу. Каждую минуту выбирают наибольшее и наименьшее среди записанных на доске чисел и стирают. Какая пара чисел будет стерта последней?

Ответ: 597643 и 634579.

Клон 3. На доске записаны все шестизначные натуральные числа, десятичная запись которых содержит каждую из цифр $1, 3, 4, 6, 7, 8$ ровно по одному разу. Каждую минуту выбирают наибольшее и наименьшее среди записанных на доске чисел и стирают. Какая пара чисел будет стерта последней?

Ответ: 487631 и 613478.

Клон 4. На доске записаны все шестизначные натуральные числа, десятичная запись которых содержит каждую из цифр $2, 5, 6, 7, 8, 9$ ровно по одному разу. Каждую минуту выбирают наибольшее и наименьшее среди записанных на доске чисел и стирают. Какая пара чисел будет стерта последней?

Ответ: 698752 и 725689.

Сириус.Курсы — для тех,
кто хочет знать больше!

