

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 56

Задание 1. Вариант 1. Если умножить возраст Маши на возраст Сони, то получится 36. Если сложить их возрасты, то получится 15. Маша старше Сони. Сколько лет Соне?

Ответ: 3

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение.

Произведение возрастов Маши и Сони равно 36, рассмотрим все пары натуральных чисел, дающие в произведение 36 и их суммы. $1 + 36 = 37$, $2 + 18 = 20$, $3 + 12 = 15$, $4 + 9 = 13$, $6 + 6 = 36$. Сумму 15 дают только числа 3 и 12, значит, Соне 3, а Маше 12.

Задание 1. Вариант 2. Если умножить возраст Маши на возраст Сони, то получится 36. Если сложить их возрасты, то получится 15. Маша старше Сони. Сколько лет Маше?

Ответ: 12

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 1. Вариант 3. Если умножить возраст Маши на возраст Сони, то получится 36. Если сложить их возрасты, то получится 13. Маша старше Сони. Сколько лет Соне?

Ответ: 4

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 1. Вариант 4. Если умножить возраст Маши на возраст Сони, то получится 36. Если сложить их возрасты, то получится 13. Маша старше Сони. Сколько лет Маше?

Ответ: 9

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 2. Вариант 1. В кондитерской продаются пирожные в упаковках по 5 и по 8. Можно купить только несколько целых упаковок, вскрывать их нельзя. Сколько пирожных покупатель **НЕ** сможет купить?

Ответ:

- 20
- ✓ 22
- 23
- 26
- ✓ 27
- 29

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение.

Покажем, что можно купить 20, 23, 26 и 29 пирожных в упаковках по 5 и по 8.

$$\begin{aligned}5 \cdot 4 &= 20, \\5 \cdot 3 + 8 &= 23, \\5 \cdot 2 + 8 \cdot 2 &= 26, \\5 + 8 \cdot 3 &= 29.\end{aligned}$$

Теперь докажем, что 22 и 27 нельзя набрать упаковками по 5 и 8 пирожных. Только упаковками по 5 пирожных нельзя набрать 22 и 27, так как эти числа не делятся на 5. Если взяли 1 упаковку по 8 пирожных, и несколько упаковок по 5, то можно купить 8, 13, 18, 23, 28, 33 и более. Если взяли 2 упаковки по 8, то можно купить 16, 21, 26, 31 и более. Если взяли 3 упаковки по 8, то можно купить 24, 29 и более. 4 упаковки по 8 — это уже больше 27 пирожных. Следовательно, 22 и 27 пирожных купить не получится.

Задание 2. Вариант 2. В кондитерской продаются пирожные в упаковках по 4 и по 9. Можно купить только несколько целых упаковок, вскрывать их нельзя. Сколько пирожных покупатель **НЕ** сможет купить?

Ответ:

- ✓ 19
- 22

- ✓ 23
- 25
- 26
- 29

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 2. Вариант 3. В кондитерской продаются пирожные в упаковках по 4 и по 11. Можно купить только несколько целых упаковок, вскрывать их нельзя. Сколько пирожных покупатель **НЕ** сможет купить?

Ответ:

- 23
- ✓ 25
- 26
- ✓ 29
- 30
- 31

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 2. Вариант 4. В кондитерской продаются пирожные в упаковках по 6 и по 7. Можно купить только несколько целых упаковок, вскрывать их нельзя. Сколько пирожных покупатель **НЕ** сможет купить?

Ответ:

- ✓ 23
- 25
- 26
- 27
- ✓ 29
- 31

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 3. Вариант 1. В пустых клетках пропущены цифры, в каждой клетке по одной цифре. В равенстве должны быть использованы все цифры от 0 до 9, каждая по одному разу. Вставьте пропущенные цифры в клетки, чтобы получилось верное равенство.

14	+		8	+	20	+		=			+	3
----	---	--	---	---	----	---	--	---	--	--	---	---

Ответ:

14	+	5	8	+	20	+	7	=	9	6	+	3
----	---	---	---	---	----	---	---	---	---	---	---	---

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение.

Цифры, еще не использованные в примере, это 5, 6, 7 и 9. Максимальная сумма, которую можно получить в правой части, это $97 + 3 = 100$, а минимальная в левой части $14 + 58 + 20 + 6 = 98$. Изменив цифру в разряде десятков в правой или левой части, сумма изменится как минимум на 10, таким образом, сумма в левой части станет больше, чем в правой. Значит, цифра в разряде десятков в левой части — это 5, а в правой — 9. Тогда оставшаяся цифра в левой части — это не 6, так как в этом случае суммы 98 и 100 не равны, значит, это 7, а в правой — 6: $14 + 58 + 20 + 7 = 99 = 96 + 3$.

Задание 3. Вариант 2. В пустых клетках пропущены цифры, в каждой клетке по одной цифре. В равенстве должны быть использованы все цифры от 0 до 9, каждая по одному разу. Вставьте пропущенные цифры в клетки, чтобы получилось верное равенство.

10	+		+	24	+		8	=			+	3
----	---	--	---	----	---	--	---	---	--	--	---	---

Ответ:

10	+	7	+	24	+	5	8	=	9	6	+	3
----	---	---	---	----	---	---	---	---	---	---	---	---

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Задание 3. Вариант 3. В пустых клетках пропущены цифры, в каждой клетке по одной цифре. В равенстве должны быть использованы все цифры от 0 до 9, каждая по одному разу. Вставьте пропущенные цифры в клетки, чтобы получилось верное равенство.

3	+			=	24	+		8	+		+	10
---	---	--	--	---	----	---	--	---	---	--	---	----

Ответ:

3	+	9	6	=	24	+	5	8	+	7	+	10
---	---	---	---	---	----	---	---	---	---	---	---	----

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 3. Вариант 4. В пустых клетках пропущены цифры, в каждой клетке по одной цифре. В равенстве должны быть использованы все цифры от 0 до 9, каждая по одному разу. Вставьте пропущенные цифры в клетки, чтобы получилось верное равенство.

3	+			=	14	+		+	20	+		8
---	---	--	--	---	----	---	--	---	----	---	--	---

Ответ:

3	+	9	6	=	14	+	7	+	20	+	5	8
---	---	---	---	---	----	---	---	---	----	---	---	---

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 4. Вариант 1. В школьной рок-группе четыре участника: Алиса, Егор, Фёдор и Вера. Один из них солист, другой — ударник, третий — электрогитарист, а четвёртый играет на бас-гитаре. Известно, что:

- Алиса и Вера не солистки.
- На ударных играет девочка.
- Фёдор не играет на бас-гитаре и не солирует.
- Если Вера играет на бас-гитаре, то Егор играет на электрогитаре.

Определите роли участников группы.

В этом задании каждому варианту из левого столбца соответствует ровно один вариант из правого столбца. Ответы приведены ниже в нужном порядке.

Ответ:

Алиса	Бас-гитарист
Егор	Солист
Фёдор	Электрогитарист
Вера	Ударник

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение.

Федор не играет на бас-гитаре и не солирует, кроме того, на ударных играет девочка, значит, Федор электрогитарист. Так как Алиса и Вера не солистки, то солист — Егор.

Если бы Вера играла на бас-гитаре, то по четвертому условию электрогитаристом должен был быть Егор, но это не так, значит, Вера не бас-гитарист, а также не электрогитарист и не солист, то есть Вера — ударник. Алисе остается только роль бас-гитариста.

Задание 4. Вариант 2. В школьной рок-группе четыре участника: Алиса, Егор, Фёдор и Вера. Один из них солист, другой — ударник, третий — электрогитарист, а четвёртый играет на бас-гитаре. Известно, что:

- Алиса и Вера не солистки.
- На ударных играет девочка.
- Егор не играет на бас-гитаре и не солирует.
- Если Алиса играет на бас-гитаре, то Фёдор играет на электрогитаре.

Определите роли участников группы.

В этом задании каждому варианту из левого столбца соответствует ровно один вариант из правого столбца. Ответы приведены ниже в нужном порядке.

Ответ:

Егор	Электрогитарист
Фёдор	Солист
Вера	Бас-гитарист
Алиса	Ударник

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 4. Вариант 3. В школьной рок-группе четыре участника: Алиса, Егор, Фёдор и Вера. Один из них солист, другой — ударник, третий — электрогитарист, а четвёртый играет на бас-гитаре. Известно, что:

- Егор и Фёдор не солисты.
- На ударных играет мальчик.
- Алиса не играет на бас-гитаре и не солирует.
- Если Егор играет на бас-гитаре, то Вера играет на электрогитаре.

Определите роли участников группы.

В этом задании каждому варианту из левого столбца соответствует ровно один вариант из правого столбца. Ответы приведены ниже в нужном порядке.

Ответ:

Алиса	Электрогитарист
Вера	Солист
Фёдор	Бас-гитарист
Егор	Ударник

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 4. Вариант 4. В школьной рок-группе четыре участника: Алиса, Егор, Фёдор и Вера. Один из них солист, другой — ударник, третий — электрогитарист, а четвёртый играет на бас-гитаре. Известно, что:

- Егор и Фёдор не солисты.
- На ударных играет мальчик.
- Вера не играет на бас-гитаре и не солирует.
- Если Фёдор играет на бас-гитаре, то Алиса играет на электрогитаре.

Определите роли участников группы.

В этом задании каждому варианту из левого столбца соответствует ровно один вариант из правого столбца. Ответы приведены ниже в нужном порядке.

Ответ:

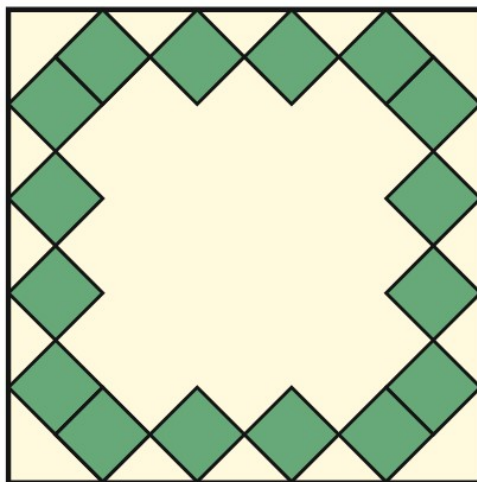
Вера	Электрогитарист
Алиса	Солист
Егор	Бас-гитарист
Фёдор	Ударник

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 5. Вариант 1. Внутри большого квадрата помещены 16 маленьких зелёных квадратиков со стороной 2 см.



Найдите площадь большого квадрата. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.

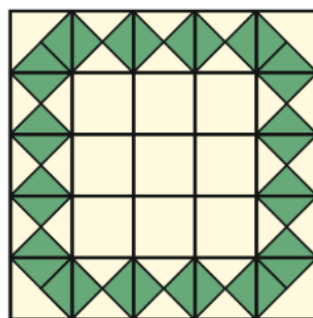
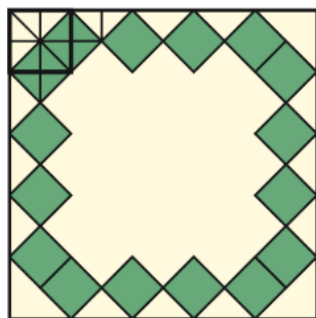
Ответ: 200

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

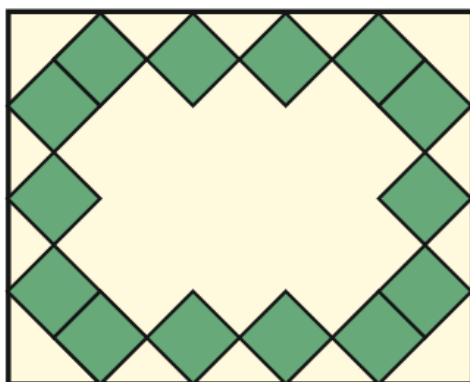
Максимальный балл за задание — 7

Решение.

Поделим один маленький зелёный квадратик диагоналями на 4 равных треугольника, площадь которых равна $2 \times \frac{2}{4} = 1 \text{ см}^2$. Тогда площадь квадрата, состоящего из 8 таких треугольников равна 8 см^2 (см. рисунок). На стороне большого квадрата помещается 5 квадратов площадью по 8 см^2 , поэтому весь квадрат состоит из 25 таких квадратов (см. второй рисунок). Значит, площадь большого квадрата равна $5 \times 5 \times 8 = 200 \text{ см}^2$.



Задание 5. Вариант 2. Внутри большого квадрата помещены 14 маленьких зелёных квадратиков со стороной 2 см.



Найдите площадь большого квадрата. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.

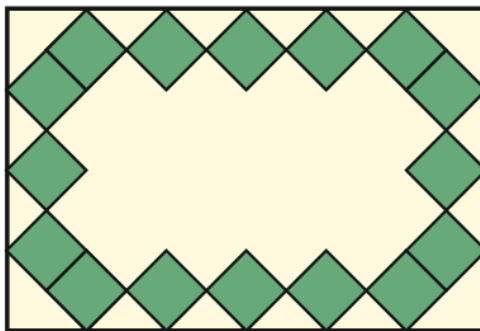
Ответ: 160

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 5. Вариант 3. Внутри большого квадрата помещены 16 маленьких зелёных квадратиков со стороной 2 см.



Найдите площадь большого квадрата. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.

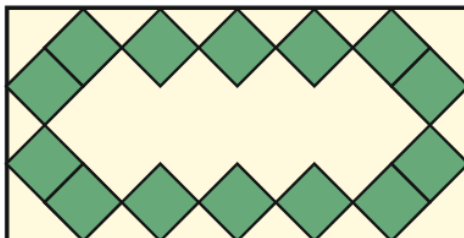
Ответ: 192

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 5. Вариант 4. Внутри большого квадрата помещены 14 маленьких зелёных квадратиков со стороной 2 см.



Найдите площадь большого квадрата. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.

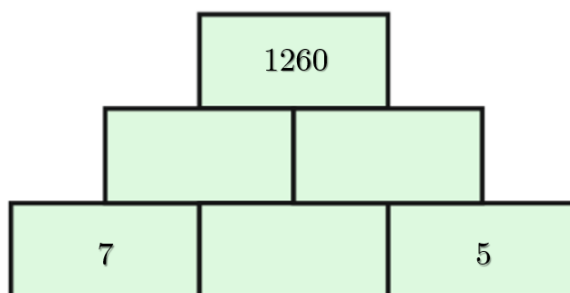
Ответ: 144

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

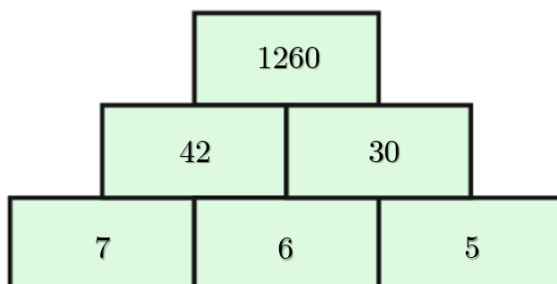
Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 6. Вариант 1. В каждую клетку пирамиды на рисунке нужно записать число так, чтобы каждое число было равно произведению двух чисел, написанных под ним. Заполните пропуски.



Ответ:



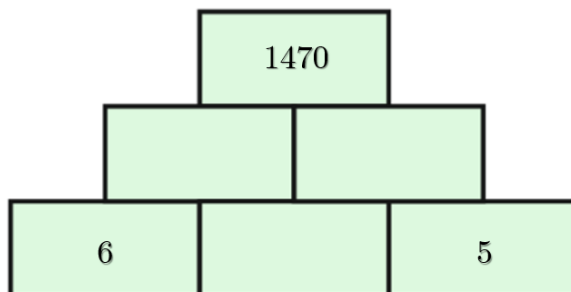
Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

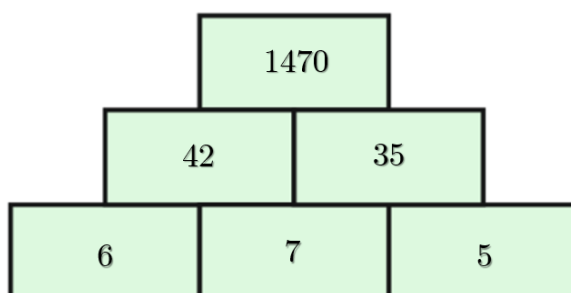
Решение.

Обозначим число в нижней центральной клетке за x , тогда во втором ряду числа $7x$ и $5x$ и $7x \times 5x = 1260$. Поделим 1260 на 5 и на $\frac{71260}{5 \cdot 7} = 36$. Тогда $x \times x = 36$ и $x = 6$ а числа во втором ряду $7x = 42$ и $5x = 30$.

Задание 6. Вариант 2. В каждую клетку пирамиды на рисунке нужно записать число так, чтобы каждое число было равно произведению двух чисел, написанных под ним. Заполните пропуски.



Ответ:

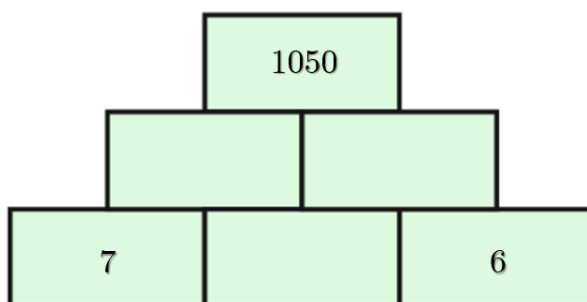


Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

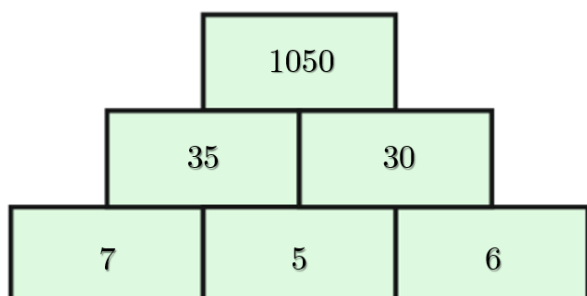
Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 6. Вариант 3. В каждую клетку пирамиды на рисунке нужно записать число так, чтобы каждое число было равно произведению двух чисел, написанных под ним. Заполните пропуски.



Ответ:

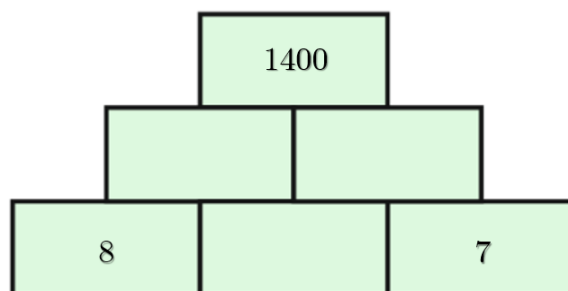


Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

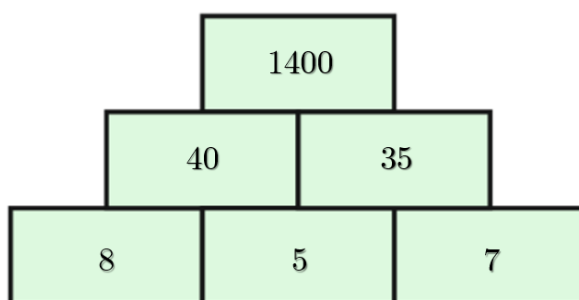
Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 6. Вариант 4. В каждую клетку пирамиды на рисунке нужно записать число так, чтобы каждое число было равно произведению двух чисел, написанных под ним. Заполните пропуски.



Ответ:



Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 7. Вариант 1. На родительское собрание в школе пришли мамы и папы учеников, всего 36 человек. Известно, что:

- каждый родитель является родителем одного ученика: мальчика или девочки;
- мам пришло в два раза больше, чем пап;
- суммарное количество мам девочек и пап мальчиков в два раза больше, чем суммарное количество мам мальчиков и пап девочек;
- родителей девочек пришло столько же, сколько и родителей мальчиков.

Сколько мам девочек пришло на собрание?

Ответ: 15

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение.

Так как всего 36 человек и мам пришло в два раза больше, чем пап, то количество пап — это $36 : 3 = 12$, а мам — 24.

Аналогично, из условия, что суммарное количество мам девочек и пап мальчиков в два раза больше, чем суммарное количество мам мальчиков и пап девочек, следует, что суммарное количество мам девочек и пап мальчиков 24, а суммарное количество мам мальчиков и пап девочек — 12.

Так как мам мальчиков и девочек 24, а также мам девочек и пап мальчиков 24, то мам мальчиков и пап мальчиков одинаковое количество.

Из условия, что родителей девочек пришло столько же, сколько и родителей мальчиков, понимаем, что родителей девочек и родителей мальчиков по 18. Значит, мам мальчиков и пап мальчиков по 9. Тогда мам девочек $24 - 9 = 15$, а пап девочек $18 - 15 = 3$.

Задание 7. Вариант 2. На родительское собрание в школе пришли мамы и папы учеников, всего 36 человек. Известно, что:

- каждый родитель является родителем одного ученика: мальчика или девочки;
- мам пришло в два раза больше, чем пап;

- суммарное количество мам девочек и пап мальчиков в два раза больше, чем суммарное количество мам мальчиков и пап девочек;
- родителей девочек пришло столько же, сколько и родителей мальчиков.

Сколько пап девочек пришло на собрание?

Ответ: 3

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 7. Вариант 3. На родительское собрание в школе пришли мамы и папы учеников, всего 48 человек. Известно, что:

- каждый родитель является родителем одного ученика: мальчика или девочки;
- мам пришло в два раза больше, чем пап;
- суммарное количество мам девочек и пап мальчиков в два раза больше, чем суммарное количество мам мальчиков и пап девочек;
- родителей девочек пришло столько же, сколько и родителей мальчиков.

Сколько мам девочек пришло на собрание?

Ответ: 20

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 7. Вариант 4. На родительское собрание в школе пришли мамы и папы учеников, всего 48 человек. Известно, что:

- каждый родитель является родителем одного ученика: мальчика или девочки;
- мам пришло в два раза больше, чем пап;
- суммарное количество мам девочек и пап мальчиков в два раза больше, чем суммарное количество мам мальчиков и пап девочек;
- родителей девочек пришло столько же, сколько и родителей мальчиков.

Сколько пап девочек пришло на собрание?

Ответ: 4

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение по аналогии с вариантом 1

Задание 8. Аня и Ваня играют в игру. На доске написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Аня ходит первой и вычёркивает одно число по своему выбору. Каждым следующим ходом игрок вычёркивает число, которое является делителем предыдущего вычеркнутого числа или делится на это число. Например, если Аня вычеркнет 5, то Ваня может вычеркнуть 1 или 10. Проигравшим считается игрок, который не может сделать ход по правилам. Первым ходом Аня вычёркивает 2. Какое число может вычеркнуть Ваня, чтобы гарантированно выиграть? Выберите все подходящие варианты:

Ответ:

- 1
- 3
- 4
- 5
- ✓ 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- Такого числа нет

Критерий оценивания: точное совпадение ответа — 7 баллов

Максимальный балл за задание — 7

Решение.

Если кто-то из игроков вычеркнет 1, то следующим ходом другой игрок может вычеркнуть 7 и выиграть, так как больше нет чисел, которые делятся или являются делителем 7, кроме 1. Поэтому не будем рассматривать вычёркивание 1, если есть другой ход, так как этот ход приводит к проигрышу.

После того как Аня вычеркнула 2, Ваня может вычеркнуть своим ходом 4, 6, 8 или 10.

Если Ваня вычеркнет 4, то Аня может вычеркнуть 8, тогда Ване ничего не останется, кроме как вычеркнуть 1 — в этом случае он проигрывает.

Если Ваня вычеркнет 6, то Аня может вычеркнуть только 3, затем Ваня может вычеркнуть 9, и Ане ничего не остается, кроме как вычеркнуть 1. В этом случае побеждает Ваня и Аня не сможет ему помешать.

Если Ваня вычеркнет 8, то Аня может вычеркнуть 4, тогда Ване ничего не остается, кроме как вычеркнуть 1 — в этом случае он проигрывает.

Если Ваня вычеркнет 10, то Аня может вычеркнуть 5, тогда Ване ничего не остается, кроме как вычеркнуть 1 — в этом случае он снова проигрывает.

Таким образом, Ваня гарантированно побеждает только если вычёркивает 6 своим первым ходом.

Сириус.Курсы — для тех,
кто хочет знать больше!

