

Университетская гимназия (школа-интернат) МГУ имени М.В. Ломоносова  
Программа и демонстрационный вариант вступительного испытания по  
МАТЕМАТИКЕ – 2025 г.  
10 класс, профиль «Математика»  
2 этап

**Программа вступительного испытания по математике**

№ темы	Содержание темы
<b>Тема 1.</b>	Формулы сокращенного умножения. Тождественные преобразования выражений.
<b>Тема 2.</b>	Числовые функции. Область определения и область значений функции. Способы задания функции. Свойства функций.
<b>Тема 3.</b>	Квадратичная функция, ее график. Нахождение вершины параболы. Квадратные уравнения.
<b>Тема 4.</b>	Рациональные уравнения и неравенства, метод интервалов. Системы уравнений с двумя переменными, методы решения.
<b>Тема 5.</b>	Модуль числа. Уравнения и неравенства, содержащие модуль.
<b>Тема 6.</b>	Исследование уравнений, неравенств и систем с параметром.
<b>Тема 7.</b>	Арифметическая и геометрические прогрессии, формулы $n$ -го члена и суммы первых $n$ -членов.
<b>Тема 8.</b>	Понятие процента числа. Решение текстовых задач на проценты.
<b>Тема 9.</b>	Прямолинейное движение. Решение текстовых задач на движение.
<b>Тема 10.</b>	Решение текстовых задач на работу и смеси. Решение задач с использованием свойств целых чисел.
<b>Тема 11.</b>	Теорема Пифагора. Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике.
<b>Тема 12.</b>	Высота, медиана, биссектриса треугольника, вписанная и описанная окружность. Метрические соотношения в треугольнике, теоремы синусов и косинусов. Формулы для нахождения площади треугольника.
<b>Тема 13.</b>	Подобные треугольники, признаки подобия.
<b>Тема 14.</b>	Окружность, центральный и вписанный угол, угол между касательной и хордой. Вписанные четырехугольники.
<b>Тема 15.</b>	Касательные к окружности, их свойства. Описанные четырехугольники.
<b>Тема 16.</b>	Трапеция, параллелограмм, их свойства. Формулы для нахождения площадей трапеций и параллелограммов.

**Демонстрационный вариант вступительного испытания по математике**

1. Решите неравенство:

$$\frac{(x-3)^2(x+1)^3(x-2)}{x^4(x+3)^5(x+2)^8} \leq 0.$$

**Ответ:**  $(-\infty, -3) \cup [-1, 0) \cup (0, 2] \cup \{3\}$ .

2. При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$|x+1| + |x-a| = 2$$

имеет бесконечно много решений?

**Ответ:** 1.

3. Два вкладчика вложили некоторую сумму  $A$  денег в общее дело. Если первый вкладчик добавит к этой сумме 1 000 000 рублей, то его доля в общем деле вырастет на 30 процентных пунктов (например, если его доля составляла 10%, то она станет 40%). Если второй вкладчик к сумме  $A$  добавит 1 000 000 рублей, то его доля вырастет на 20 процентных пунктов. Определите, сколько денег вложил каждый из вкладчиков.

**Ответ:** 400 000 рублей и 600 000 рублей.

4. В треугольнике  $ABC$  медиана  $AM$  в два раза меньше стороны  $BC$ . Найдите произведение длин отрезков  $BH \cdot CH$ , если  $AH = 10$  и  $AH$  — высота треугольника  $ABC$ .

**Ответ:** 100.

5. Даны две геометрические прогрессии, у каждой из которых первый член равен 1. Сумма вторых членов этих прогрессий равна 3, а сумма их пятых членов равна 17. Найдите сумму одиннадцатых членов этих прогрессий.

**Ответ:** 1025.

6. В треугольнике  $ABC$  известны длины сторон:  $AB = \sqrt{2}$ ,  $BC = \sqrt{5}$  и  $AC = 3$ . Сравните величину угла  $BOC$  и  $112,5^\circ$ , если  $O$  — центр вписанной в треугольник  $ABC$  окружности.

**Ответ:**  $\angle BOC = 112,5^\circ$ .