

СУНЦ МГУ. 14 апреля 2024 г.
Экзамен для поступающих (на 120 мин)

Математика. Вариант 11-ФМ-1 и 10-ХБ-1

1. Решите уравнение

$$\frac{2025}{x} - \frac{x}{2024} = \frac{1}{2024}.$$

2. К 6 литрам 10%-го раствора соли долили дистиллированную воду и получили 5%-й раствор соли. Сколько литров 10%-го раствора соли нужно теперь долить ещё, чтобы получить 7%-й раствор?
3. Вершины A, B и C данного квадрата $ABCD$ лежат на трёх разных сторонах правильного треугольника со стороной $1 + \sqrt{3}$, причём вершина B совпадает с серединой его стороны. Для квадрата $ABCD$ найдите:
- 1) хотя бы одно возможное значение его площади;
 - 2) все возможные значения его площади.
4. Найдите все такие положительные несократимые дроби, у каждой из которых знаменатель меньше квадрата числителя на 4, причём если и числитель, и знаменатель увеличить на 2, то значение новой дроби будет больше $1/4$.
5. Сумма первого члена данной геометрической прогрессии с первым членом данной арифметической прогрессии равна 5, сумма их вторых членов равна 4, сумма их третьих членов равна 7, а сумма их четвёртых членов равна 8. Найдите:
- 1) знаменатель геометрической прогрессии;
 - 2) разность арифметической прогрессии.

СУНЦ МГУ. 21 апреля 2024 г.

Экзамен

для поступающих в 10 класс с физико-математического отделения (на 120 мин)

Математика. Вариант 10-ФМ-1

6. Найти все целые решения неравенства

$$\frac{2}{\sqrt{2024 - x}} \geq 1.$$

7. Квадрат суммы первого и третьего членов арифметической прогрессии равен 4, а сумма квадратов этих же членов равна 34. Найдите сумму второго и четвёртого членов этой прогрессии, если она больше 6.
8. Найдите остаток от деления числа 10^{2024} на 333.
9. Проекция катетов прямоугольного треугольника на некоторую прямую равны 4 и 5. Какова при этом условии:
- 1) наименьшая возможная площадь этого треугольника;
 - 2) площадь этого треугольника, если его гипотенуза равна $\sqrt{145}$?
10. Две моторные лодки вышли из пункта A в пункт B вниз по течению реки: вторая лодка вышла через 10 мин после выхода первой, а ещё через 40 мин догнала её, прибыв в пункт B на 20 мин раньше первой. Из пункта B в пункт A вторая лодка опять вышла через 10 мин после выхода первой, а ещё через 20 мин догнала её. На сколько минут вторая лодка приплыла в пункт A раньше первой? (Скорости движения лодок и течения реки постоянны.)

СУНЦ МГУ. 26 мая 2024 г.
Экзамен для поступающих (на 120 мин)

Математика. Вариант 10ФМ-1

11. В банке в начале года было открыто два вклада: каждый — на сумму 100 000 руб. и сроком на 3 года. Первый вклад за каждый год по сравнению с предыдущим увеличивался на 10%. Второй вклад за первый год вырос на 3%, за второй — ещё на 12%, а за третий — ещё на 15%. Какой из этих двух вкладов принес в итоге большую прибыль и чему равна его итоговая сумма?
12. Решите уравнение
- $$x + \frac{4}{x} + x^2 + \frac{16}{x^2} = 12.$$
13. Сколько трехзначных натуральных чисел, делящихся на 11, содержат в своей десятичной записи хотя бы одну цифру 9?
14. Окружность с центром O касается гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , а также продолжений его катетов AC и BC в точках M и N соответственно, причём площадь треугольника ABO равна 15. Найдите площадь:
- пятиугольника $ABNOM$;
 - треугольника ABC , если $AB = 5$.
15. Существует ли такая возрастающая арифметическая прогрессия, что её 2-й, 6-й и 8-й члены совпадают, соответственно, с 1-м, 3-м и 4-м членами некоторой геометрической прогрессии? Если да, то чему равен знаменатель этой геометрической прогрессии?

СУНЦ МГУ. 2 июня 2024 г.
Экзамен для поступающих (на 120 мин)

Математика. Вариант 11-ФМ-1

16. Из пункта A в пункт B в 10:00 выехал велосипедист и, двигаясь с постоянной скоростью, прибыл в пункт B в 13:00. После обеда в 14:00 он выехал обратно из пункта B в пункт A , причём первый час пути он двигался в 3 раза медленнее, чем до обеда. Во сколько раз он должен увеличить свою скорость на оставшейся части пути, чтобы приехать в пункт A в 17:00?
17. Найдите наименьшее значение выражения $(x - 2024)^2 + \sqrt{(x - 2025)^2}$.
18. Найдите все пары целых чисел p и q , для каждой из которых число $\sqrt{2} - 3$ является одним из корней квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$.
19. Прямоугольный треугольник имеет периметр 30, а радиус окружности (внеписанной), касающейся одного из его катетов и продолжений двух остальных его сторон, равен 3. Найдите:
- длину другого катета;
 - площадь этого треугольника.
20. Существует ли такая возрастающая арифметическая прогрессия, что сумма квадратов её членов со 2-го по 7-й (включительно) равна 70, а сумма кубов тех же членов равна 0? Если да, то чему равен первый член этой прогрессии?

СУНЦ МГУ. 2 июня 2024 г.
Экзамен для поступающих (на 120 мин)

Математика. Вариант 10-ХБ-1

21. Из пункта A в пункт B в 10:00 выехал велосипедист и, двигаясь с постоянной скоростью, прибыл в пункт B в 12:00. После обеда в 13:00 он выехал обратно из пункта B в пункт A , причём первый час пути он двигался в 2 раза медленнее, чем до обеда. Во сколько раз он должен увеличить свою скорость на оставшейся части пути, чтобы приехать в пункт A в 15:00?
22. Найдите наибольшее значение выражения $|x - 2023| + |2x - 2024| - |3x - 2025|$.
23. Найдите все возможные целочисленные пары коэффициентов p и q , при которых одним из корней квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ является число $1 + \sqrt{2}$.
24. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB в 4 раза длиннее катета AC . На катете BC отмечена точка D , равноудалённая от вершин A и B . Во сколько раз площадь треугольника ABC больше площади треугольника ABD ?
25. Сумма членов возрастающей арифметической прогрессии со 1-го по 5-й (включительно) равна 0, а сумма их же квадратов равна 40. Чему равен первый член этой арифметической прогрессии?