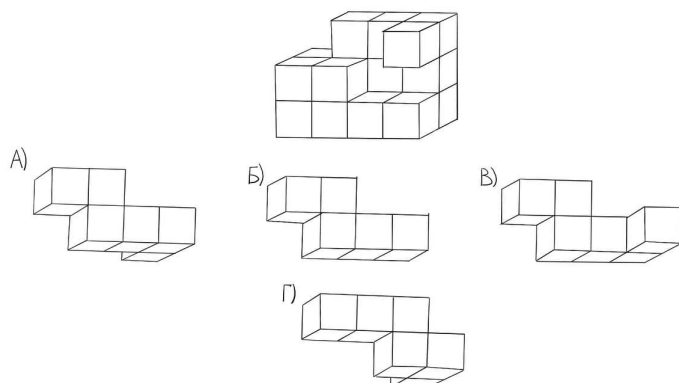


Решения. 5 класс.

1. Какой части не хватает фигуре на картинке до прямоугольного параллелепипеда?



- (а) А (б) Б (в) В (г) Г (д) нет правильного ответа

БАЛЛЫ: 1

ОТВЕТ: А

РЕШЕНИЕ:

Заметим, что нам не хватает фигуры из 6 кубиков. Поэтому вариант Б нам не подходит. В вариантах Г и В шестой кубик прикреплен в неправильном направлении. Нам подходит вариант А.

2. Вася и Петя едут на велосипедах по прямой дороге. В момент старта между ними 11 километров. Известно, что скорость Пети $12\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а скорость Васи $10\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Какое расстояние в километрах будет между мальчиками через 2 часа? Если вариантов несколько, введите их через запятую.

БАЛЛЫ: 4

ОТВЕТ: 55, 15, 7, 33

РЕШЕНИЕ:

Заметим, что всего существует четыре варианта развития событий:

- (а) Вася догоняет Петю. Расстояние между ними увеличивается со скоростью $12\frac{\text{км}}{\text{ч}} - 10\frac{\text{км}}{\text{ч}} = 2\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Значит, через два часа расстояние увеличится на $2\frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 2\text{ч} = 4\text{км}$. Между ними будет $11\text{км} + 4\text{км} = 15\text{км}$.
- (б) Петя догоняет Васю. Расстояние между ними уменьшается со скоростью $12\frac{\text{км}}{\text{ч}} - 10\frac{\text{км}}{\text{ч}} = 2\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Значит, через два часа расстояние уменьшится на $2\frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 2\text{ч} = 4\text{км}$. Между ними будет $11\text{км} - 4\text{км} = 7\text{км}$.

(в) Петя и Вася едут друг от друга. Расстояние между ними увеличивается со скоростью $12\frac{\text{км}}{\text{ч}} + 10\frac{\text{км}}{\text{ч}} = 22\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Значит, через два часа расстояние увеличится на $22\frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 2\text{ч} = 44\text{км}$. Между ними будет $11\text{км} + 44\text{км} = 55\text{км}$.

(г) Вася и Петя едут навстречу друг другу. Скорость сближения Васи и Пети $12\frac{\text{км}}{\text{ч}} + 10\frac{\text{км}}{\text{ч}} = 22\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Значит, за час вместе они проедут 22 километра, а за полчаса вместе преодолеют 11 километров. Следовательно, мальчики встретились через полчаса, а после продолжили ехать друг от друга на протяжении часа с половиной. За час они удалятся друг от друга на 22 километра, за полчаса на 11 километров. Между ними будет расстояние $11\text{км} + 22\text{км} = 33\text{км}$.

3. За столом сидят 30 гномов и эльфов. Гномы всегда врут, а эльфы всегда говорят правду. Каждый сказал, что все кроме него гномы. Сколько на самом деле за столом гномов?

БАЛЛЫ: 2

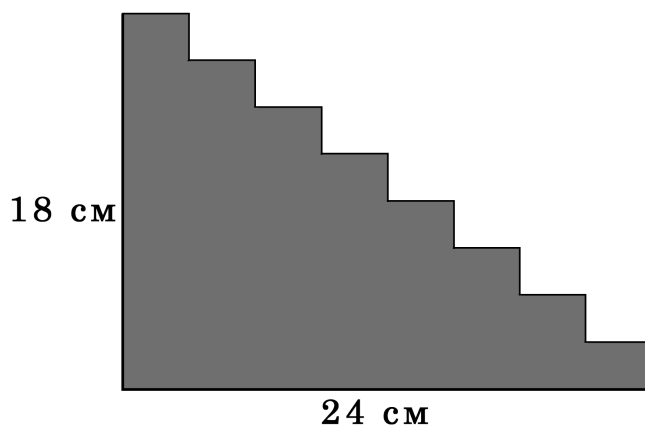
ОТВЕТ: 29

РЕШЕНИЕ:

За столом должен быть хоть один эльф, а то там были бы только гномы и получилось бы, что они сказали правду. А двух и более эльфов там быть не может, а то бы каждый эльф солгал, сказав, что кроме него эльфов нет.

Значит, за столом один эльф и 29 гномов.

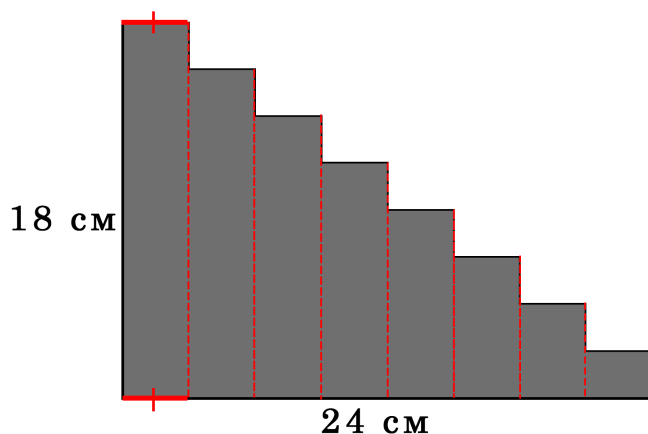
4. Какой периметр у фигуры на картинке?



БАЛЛЫ: 3

ОТВЕТ: 84 см

РЕШЕНИЕ:



Проецируем все горизонтальные части ступенек на нижнюю часть лестницы. Замечаем, что их суммарная длина равна длине лестницы. Прделаем такую же операцию с вертикальными частями ступенек.

Получаем, что периметр лестницы это $18 + 24 + 18 + 24 = 84$.

(За ответ 42 даём 1 балл.)

5. Из книги выпал кусок. Номера и последней, и первой страницы выпавшего куска трёхзначные и состоят из трёх разных цифр цифр 1, 6 и 3. Сколько страниц выпало, если книга начинается со страницы с номером 1? Все страницы в книге пронумерованы.

БАЛЛЫ: 4

ОТВЕТ: 154

РЕШЕНИЕ:

Составим всевозможные числа из этих цифр: 136, 163, 316, 361, 613, 631. Книга начинается со страницы с нечетным номером, значит, наш кусок тоже начинается со страницы с нечётным номером, а заканчивается страницей с чётным номером. У нас всего два варианта чётного номера: 136 и 316. Но для номера 136 нет меньшего нечётного, поэтому наш кусок заканчивается номером 316. Единственный меньший его нечётный — 163. Теперь посчитаем количество страниц в куске: $316 - 162 = 154$.

Заметим, что для подсчёта надо вычесть номер на один меньший, чем номер первой страницы в куске.

(За ответ 153 даём 1 балл.)

6. Три девочки делают три торта за час, если работают без перерывов. Сколько девочек нужно, чтобы сделать двенадцать тортов за час? У них достаточно средств, чтобы сделать столько тортов.

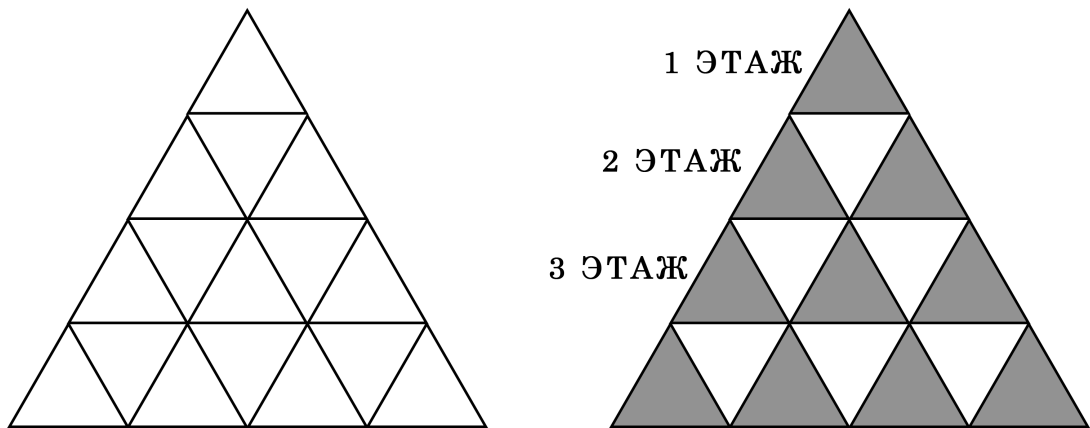
БАЛЛЫ: 2

ОТВЕТ: 12

РЕШЕНИЕ:

Можем представить, что каждая девочка делает свой торт. За час каждая девочка делает свой торт, то есть три девочки сделали три торта за час. Одна девочка сделала один торт за час. Тогда, для изготовления двенадцати тортов за час, нам понадобятся двенадцать девочек.

7. Из карт сложен домик как на картинке. В нём 100 этажей. Сколько карт понадобилось для постройки домика?



БАЛЛЫ: 4

ОТВЕТ: 15150

РЕШЕНИЕ:

Заметим, что каждый этаж башни состоит из треугольников. В первом этаже один треугольник, во втором два, в третьем три и так далее. Каждый треугольник состоит из трёх карт. Можем посчитать количество карт: $3 \cdot (1 + 2 + \dots + 100)$, где сумма в скобках — количество треугольников. Чтобы посчитать такую сумму, достаточно заметить, что $100 + 1 = 101$; $99 + 2 = 101$; $98 + 3 = 101$ Наша сумма разбивается на $\frac{100}{2} = 50$ пар чисел, сумма которых равна 101. Посчитаем значение выражения:

$$3 \cdot (1 + 2 + \dots + 100) = 3 \cdot \frac{100}{2} \cdot 101 = 15150$$

.

(За ответы 5050, 10100 или 30300 даём 1 балл.)