



Физтех-лицей им П.Л. Капицы

Осенняя олимпиада 4 сентября 2021

10 класс

Задача 1. Упростить выражение $\left(\frac{1}{1-2(\sqrt{a})^{-1}} - \frac{a-4\sqrt{a}+2}{3\sqrt{a}-a-2}\right) : \left(\frac{1-a}{2-\sqrt{16a}}\right)^{-1}$

Задача 2. Решите неравенство $\frac{|x-3|(x^2+2x+1)}{8-x^2+2x} \geq 0$

Задача 3. Нам обоим вместе 63 года. Сейчас мне вдвое больше лет, чем было вам тогда, когда мне было столько лет, сколько вам сейчас. Сколько лет мне и сколько лет вам?

Задача 4. Найдите все значения параметра p , при которых график функции $y=x^2+(5-2p)x+p^2-5p+4$ пересекает ось абсцисс в точках слева и справа от начала координат.

Задача 5. Площадь трапеции равна 16, а радиус вписанной в эту трапецию окружности в 9 раз меньше суммы длин боковых сторон трапеции. Найдите сумму длин оснований этой трапеции.

Задача 6. Про четырехугольник ABCD известно, что он вписан в окружность ω , а его углы A и D равны. А) Докажите, что BC и AD параллельны. Б) Найдите радиус окружности ω , если $CD = 12$, $\angle CDA = 80^\circ$, $\angle ABD = 70^\circ$.

Задача 7. В прямоугольном треугольнике ABC катеты AC и BC равны 3 и 5 соответственно. На стороне AC отмечена точка K так, что $\operatorname{tg} \angle KBC = 0,2$. Биссектриса угла C пересекает гипотенузу AB в точке M, а отрезок BK – в точке P. Найдите, в каком отношении точка P делит отрезок BK.

Задача 8. Известно, что ни при каком значении x равенство $\frac{5x-1}{bx+2} = 3$ не является верным. Найдите b .