

1. Какая из положительных дробей ближе к единице: правильная или обратная к ней неправильная?
2. Назовем шестизначное число хорошим, если сумма трех каких-то его цифр равна сумме трех других. Два подряд идущих шестизначных числа оказались хорошими. Докажите, что одно из них заканчивается на ноль.
3. Сумма нескольких натуральных чисел, в записи каждого из которых есть только цифры 3 и 0, равна 555...555 (57 пятерок подряд). Какое наименьшее число слагаемых может быть в этой сумме?
4. Доска размером  $4 \times 4$  клетки покрыта 13 прямоугольниками размером  $1 \times 2$ , стороны которых идут по сторонам клеток. Докажите, что один из прямоугольников можно убрать так, что оставшиеся по-прежнему будут покрывать всю доску.
5. Высоты  $AA_1$  и  $BB_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Точки  $X$  и  $Y$  – середины отрезков  $AB$  и  $CH$  соответственно. Докажите, что прямые  $XY$  и  $A_1B_1$  перпендикулярны.
6. Можно ли расставить на окружности 100 натуральных чисел так, чтобы каждое из них было либо суммой, либо разностью (из большего вычитается меньшее) соседних?