

Это собеседование устное. На решение задач отводится 2 часа. Успехов!

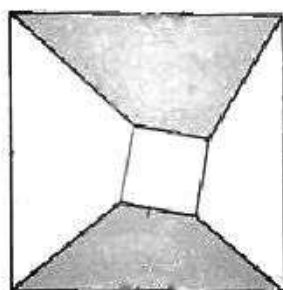
* * *

Задача 1. Петя написал все натуральные числа от 1 до 1000 и обвел в кружочек те из них, которые представляются в виде разности квадратов двух целых чисел. Каких чисел среди обведенных больше – четных или нечетных?

Задача 2. Имеется 5 слитков – массой в 1, 2, 3, 4 и 5 кг с различным (неизвестным) содержанием золота. Как разделить каждый на 5 частей и изготовить 5 новых слитков тех же масс, в которых процентное содержание золота будет одним и тем же?

Задача 3. Когда хвост ползущего Удава поравнялся с пальмой, под которой сидела Мартышка, она, решив измерить длину Удава, побежала вдоль него и положила банан рядом с его головой. Затем Мартышка побежала обратно и положила второй банан рядом с кончиком хвоста Удава. Потом пришел Попугай и измерил расстояния от пальмы до каждого из бананов, которые оказались равными 16 и 48 попугаев. Найдите длину Удава в попугаях, а также определите, во сколько раз быстрее бежит Мартышка, чем ползает Удав.

Задача 4. Внутри квадрата расположен меньший квадрат. Вершины квадратов соединили так, как показано на рисунке; при этом образовались четыре четырехугольника. Докажите, что суммы площадей противоположных четырехугольников равны.



Задача 5. Таня, Ваня и Гриша пришли на экзамен в маткласс. Экзамен проходит следующим образом. Каждому случайным образом (бросая монетку) надевают либо колпак, на котором написано «8 м», либо колпак, на котором написано «8 д». Каждый видит чужие колпаки, но не свой. Каждому предлагают угадать, какой колпак на нем надет, или сказать «пас» (все говорят одновременно и не обмениваясь информацией). Если никто не ошибся и хотя бы один угадал – они поступили.

Есть очевидная стратегия, позволяющая поступить с вероятностью $1/2$: Таня и Гриша молчат, Ваня говорит «8 м». А можно ли придумать план для поступления в маткласс, который работает с вероятностью больше $1/2$?

Задача 6. Дан прямоугольник 7×8 , составленный из клеток 1×1 . Разрежьте его на фигуры, состоящие из клеток 1×1 , так, чтобы каждая фигура состояла из не более чем 5 клеток и суммарная длина разрезов была минимальной (приведите пример и докажете, что это невозможно сделать с меньшей суммарной длиной разрезов). Резать можно только по границам клеток.