

57 ШКОЛА

СОБЕСЕДОВАНИЕ В 8 КЛАСС

12 апреля 1995 г

ВАРИАНТ 2

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Сколько граммов 8% серной кислоты можно получить из 200 г жидкости, содержащей 62% серной серной кислоты?

2. Вычислите

$$10101 \cdot \left(\frac{5}{111111} + \frac{5}{222222} - \frac{4}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37} \right).$$

3. Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника равна его стороне. Найдите углы треугольника.

4. Найдите все целые числа x и y такие, что $x^2 - y^2 = 1994$.

5. У числа 2^{1995} вычислили сумму цифр; у полученного числа снова вычислили сумму цифр и так далее до тех пор, пока не получили однозначное число. Какое число в результате получилось ?

Письменная работа

Задача 1. Для нумерации страниц словаря потребовалось 2322 цифры. Сколько страниц заключал в себе словарь?

Задача 2. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 36° . Докажите, что одна из биссектрис этого треугольника делит этот треугольник на два равнобедренных треугольника.

Задача 3. К некоторому четырехзначному числу приписали с обеих сторон по 3 и получили число в 43 раза большее. Найдите это четырехзначное число.

Задача 4. Про трехзначное число известно, что оно делится на 45, а его средняя цифра равна полусумме крайних. Найдите это число.

Задача 5. Докажите, что для любых трех положительных чисел a , b и c справедливо неравенство

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} > 1.$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА

Задача 6. Докажите, что для любых трех положительных чисел a , b и c справедливо неравенство

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}.$$

Письменная работа

1-й ВАРИАНТ

Задача 1. Рыночная цена картофеля в связи с ненастной погодой повысилась на 20%. Через некоторое время цена картофеля на рынке понизилась на 20%. Когда картофель стоил дешевле: до повышения или после снижения цены и на сколько процентов?

Задача 2. Биссектриса внешнего угла при вершине B треугольника ABC параллельна стороне AC . Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

Задача 3. Вычислите

$$182 \cdot \left(\frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27}}{2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27}} : \frac{4 - \frac{4}{7} + \frac{4}{49} - \frac{4}{343}}{1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{49} - \frac{1}{343}} \right) \cdot \frac{80808080}{91919191}.$$

Задача 4. Может ли быть полным квадратом число, сумма цифр которого равна 1995 ?

Задача 5. На доске написаны числа 1, 2, ..., 1994. За один ход разрешается взять любые два числа и либо оба увеличить на единицу, либо оба уменьшить на два. Может ли после некоторого числа ходов на доске оказаться 1994 равных числа?

08.04.95, Суббота

1. По хорошей лыжне двое лыжников шли со скоростью 12 км/ч , расстояние между ними было 500 м . Начался трудный участок, на котором скорость упала до 9 км/ч . Как изменилось расстояние между лыжниками, когда они оба вышли на этот участок?
2. Расстояние между Лугой и Волховом 194 км , между Волховым и Лодейным Полем 116 км , между Лодейным Полем и Псковом 451 км , а между Псковом и Лугой 141 км . Каково расстояние между Псковом и Волховом?
3. Найдите сумму всех трехзначных чисел, в записи которых встречаются только нечетные цифры.
4. Имеется 5 одинаковых по виду монет, из которых по крайней мере 3 настоящие. Судья берет две монеты и говорит, одинаковы они по весу, или же нет (Но не говорит, какая легче). Как за 3 обращения к судье найти хотя бы одну настоящую монету?
5. Прямоугольник 19×65 разбит прямыми, параллельными его сторонам, на квадраты со стороной 1. На сколько частей разобьется этот прямоугольник, если в нем провести еще и одну диагональ?

ВАРИАНТ 1

1. Найдите все такие числа x и y (не обязательно целые), что
$$(x - 2y)^2 + (1 - x + y)^2 = 0.$$
2. От полного стакана черного кофе отпили половину и долили столько же молока. Затем отпили третью часть получившегося кофе с молоком и долили столько же молока. Затем отпили шестую часть и долили столько же молока. Наконец выпили весь стакан. Чего в итоге было выпито больше: кофе или молока?
3. Можно ли в клетках квадратной таблицы 57×57 расставить числа $1, -1, 0$ так, чтобы все суммы – в каждом столбце, в каждой строке и на каждой из двух диагоналей – были различны?
4. У князя Гвидона было трое сыновей. Среди его потомков 93 имели каждый по двое сыновей и ни одной дочери, а все прочие умерли бездетными. Сколько всего потомков было у князя Гвидона?
5. Докажите, что у равнобедренного треугольника с углом при вершине, равным 20° , боковая сторона меньше утроенного основания.

1. Могут ли быть такие числа x и y (не обязательно целые), что $5x^2 + 7x = 5y^2 + 7y$, но $x \neq y$?

2. Докажите, что у равнобедренного треугольника с углом 20° при вершине боковая сторона больше удвоенного основания.

3. Дано 1994 числа. Известно, что сумма любых 57 из них положительна. Докажите, что сумма всех этих чисел положительна.

4. Дедушка с внуком пошли вместе кататься на лыжах. Бабушка знает, что по ровному месту оба едут со скоростью 7 км/ч;
под гору: дедушка – 8 км/ч; внук – 20 км/ч;
в гору: дедушка 6 км/ч; внук – 4 км/ч.

Может ли бабушка определить, что больше – протяженность спусков или подъемов на их пути, – если первым вернулся

а) внук; б) дедушка?

5. Обозначим через $n?$ (считается: " n вопросов") произведение всех простых чисел, не превосходящих n (для $n \geq 2$). Например, $3? = 6$. Найдите все значения n , для которых $n? \leq n$.