

**Вступительное испытание по математике
для поступающих в 10 классы ГБОУ школа №1535
с профильной математикой.**

Демовариант.

Инструкция: 1. Вступительное испытание проводится в форме онлайн-теста. Продолжительность – 120 минут. Количество баллов, начисляемых за правильный ответ к задаче, указан рядом с номером задачи. Максимальная сумма баллов равна 50. Использование калькуляторов и любых видов справочных пособий (печатных, электронных, сетевых и пр.) *запрещено*. Не допускаются никакие виды общения, консультации. Нарушение любого пункта инструкции влечёт приостановку экзамена и выставление абитуриенту за вступительное испытание по математике отметки «0».

2. Ответом на каждое задание этого экзамена может быть или целое число, или конечная десятичная дробь. Вводя десятичную дробь, используйте запятую. Внимательно изучайте вопрос задачи, отслеживая, в каких единицах измерения от Вас требуется ответ. Сами единицы измерения в ответе не указываются.

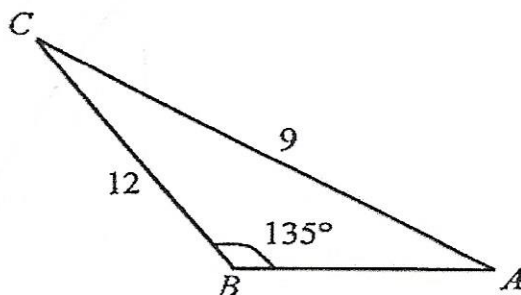
Желаем Вам успешно справиться с заданиями!

Таблица квадратов двузначных чисел:

ДЕСЯТКИ	ЕДИНИЦЫ									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

1. (2 балла) Вычислить $\frac{2^{-2} + 5^0}{(0,5)^{-2} - 5 \cdot (-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}$.

2. (2 балла) По данным рисунка найти синус угла A треугольника ABC:



Выберите номер правильного ответа из числа предложенных и укажите его в ответе:

(1) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (4) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (5) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

3. (2 балла) Пусть x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 - 13x - 9 = 0$. Не вычисляя x_1 и x_2 , найти значение выражения $\frac{99}{x_1} + \frac{99}{x_2}$.

4. (2 балла) Чему равно наименьшее значение выражения $2x^2 + 8x + 3$?

5. (2 балла) Хорда окружности имеет длину 6 и отсекает от окружности дугу в 60° . Найти площадь S кругового сектора, ограниченного данной дугой. В ответе указать число $\frac{S}{\pi}$.

6. (2 балла) Решить уравнения $\frac{(2 - \sqrt{x}) \cdot (x^4 - 3x^2 - 4)}{1 - 0,5x} = 0$. В ответе указать сумму всех различных корней данного уравнения, если их несколько, или корень данного уравнения, если он единственен.

7 (2 балла) Построить график функции $y = \frac{4 \cdot (x - 4) \cdot (x + 4)}{x \cdot (16 - x^2)}$. Пусть k - количество значений параметра p , при каждом из которых уравнение $\frac{4 \cdot (x - 4) \cdot (x + 4)}{x \cdot (16 - x^2)} = p$ не имеет корней, а p_0 - наибольшее из всех таких значений параметра. Чему равно произведение $k \cdot p_0$?

8 (3 балла) Построить график функции $y = \frac{4 \cdot (x-4) \cdot (x+4)}{x \cdot (16-x^2)}$. Используя график, найти сумму всех различных положительных значений параметра m , при которых система уравнений $\begin{cases} y = \frac{4 \cdot (x-4) \cdot (x+4)}{x \cdot (16-x^2)}; \\ y = x + m \end{cases}$ имеет единственное решение.

9. (3 балла) График функции $y = \sqrt{x+m} - n$ получен из графика функции $y = \sqrt{x}$ с помощью сдвигов на 2 единицы вправо параллельно оси абсцисс и на 5 единиц вверх параллельно оси ординат. Найти значение выражения $4m - 3n$.

10. (3 балла) На стороне AB параллелограмма $ABCD$ как на диаметре построена окружность, проходящая через точку пересечения диагоналей и через середину стороны AD . Найти градусную меру угла ACB .

11. (3 балла) В растворе спирта и воды спирта в четыре раза меньше, чем воды. Когда к этому раствору добавили 20 литров воды, получили 12%-ный раствор спирта. Сколько литров воды было в исходном растворе?

12. (3 балла) Каждому из четырёх неравенств слева соответствует одно из решений, изображённых на координатной прямой справа.

НЕРАВЕНСТВА

A) $\frac{x-2}{x-6} > 0$

B) $(x-2)^2(x-6) < 0$

B) $(x-2)(x-6) < 0$

Г) $\frac{(x-6)^2}{x-2} > 0$

РЕШЕНИЯ

1) $2 < x < 6$ или $x > 6$

2) $x < 2$ или $2 < x < 6$

3) $2 < x < 6$

4) $x < 2$ или $x > 6$

Установить соответствие между неравенствами и множествами их решений, заполнив таблицу (под каждой буквой указать соответствующий номер):

А	Б	В	Г

Получившуюся последовательность цифр внести в ответ.

13. (3 балла) Найти ординату той из общих точек графиков уравнений $x^2 + y^2 = 5$ и $y = 3x + 5$, которая имеет большую абсциссу.

14. (3 балла) Упростить выражение $\left(\frac{m+1}{m^2+2m-3} - \frac{1}{m^2-1} \right) : \frac{m+2}{m^2+4m+3}$. Найти значение данного выражения при $m = \frac{1535}{2021}$ и внести его в бланк ответов.

15. (3 балла) Найти значение выражения $\sqrt{(5-3\sqrt{5})^2} - \sqrt{45}$.

16. (3 балла) Решить систему неравенств
$$\begin{cases} t^2 - 6t + 5 \leq 0, \\ \frac{4\sqrt{3} - 7}{t^2 - 8t + 15} \leq 0. \end{cases}$$
 Указать в ответе сумму всех различных целочисленных решений данной системы.

17. (3 балла) На изготовление 48 деталей первый рабочий тратит на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 96 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час изготавливает второй рабочий?

18. (3 балла) Найти наименьшее целое значение параметра p , при котором функция $y = px^2 - \sqrt{17} \cdot x - 1$ принимает значения разных знаков.

19. (3 балла) Прямая, непараллельная стороне AC треугольника ABC , делит каждую из двух других его сторон в отношении 3:4. При этом образуются треугольник BMK и четырёхугольник $AMKS$. Площадь четырёхугольника $AMKS$ равна 111. Найти площадь треугольника ABC .

Ответы к заданиям демоварианта:

Задача №1	0	,	2	5					Максимальный балл: 2
Задача №2	5								Максимальный балл: 2
Задача №3	-	1	4	3					Максимальный балл: 2
Задача №4	-	5							Максимальный балл: 2
Задача №5	6								Максимальный балл: 2
Задача №6	4								Максимальный балл: 2
Задача №7	3								Максимальный балл: 2
Задача №8	9								Максимальный балл: 3
Задача №9	7								Максимальный балл: 3
Задача №10	3	0							Максимальный балл: 3
Задача №11	2	4							Максимальный балл: 3
Задача №12	4	2	3	1					Максимальный балл: 3
Задача №13	2								Максимальный балл: 3
Задача №14	1								Максимальный балл: 3
Задача №15	-	5							Максимальный балл: 3
Задача №16	3								Максимальный балл: 3
Задача №17	8								Максимальный балл: 3
Задача №18	-	4							Максимальный балл: 3
Задача №19	1	4	7						Максимальный балл: 3

Уточнение к №6: с учётом ОДЗ, уравнение имеет единственный корень $x=4$.

Уточнение к №7: график функции $y = \frac{4 \cdot (x-4) \cdot (x+4)}{x \cdot (16-x^2)}$ - гипербола $y = -\frac{4}{x}$ с выколотыми точками $(-4;1)$ и $(4;-1)$; $p \in \{-1; 0; 1\}$

Уточнение к №8: $m^+ \in \{4; 5\}$

Уточнение к №16: решая систему, получаем $\begin{cases} t \in [1; 5] \\ t \in (-\infty; 3) \cup (5; \infty) \end{cases} \Leftrightarrow t \in [1; 3]$

Уточнение к №18: требованию задачи удовлетворяют все $p > -4,25$