

**10 класс. Материал для подготовки к экзамену по алгебре и началам анализа.**

**Часть 1.** Решите №№ 1-7 и полученный ответ запишите в таблицу ответов (ответом может быть как число, так и выражение).

1. Упростите выражение  $\sin^2(180^\circ + 3\alpha) \frac{\sin(3\alpha - 90^\circ)}{\sin(360^\circ - 3\alpha)} \operatorname{ctg}(180^\circ - 3\alpha)$ .

2. Вычислите  $0,1 \cdot \sqrt{20} : \sqrt{45} - 2 \frac{17}{30}$ .

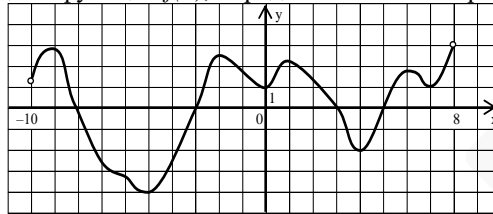
3. Найдите производную функции  $y = \sqrt{x} \cos x$ .

4. Найдите производную функции  $y = \left(-2 \operatorname{tg} \frac{x}{4} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^6$ .

5. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = x - 2\sqrt{x}$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 4$ .

6. Решите неравенство  $\sqrt{14-x} \geq -5$ .

7. На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-10;8)$ . Найдите количество точек



экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-4;8]$

**Часть 2.** Ответом на каждое задание №№ 8-15 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов.

8. Укажите количество целых решений неравенства  $\frac{4-x}{x-5} \geq \frac{1}{1-x}$ .

9. Найдите значение выражения  $-\frac{18x_0}{\pi}$ , где  $x_0$  – наименьший положительный корень уравнения  $\sin^2 x + 2 \sin x = 0$ .

10. Решите уравнение  $\frac{\sqrt{22x-13} - 5x + 2}{\sqrt{x+24} - 5} = 0$ .

11. Дано  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3}$ ;  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Найдите  $\cos 2\alpha$

12. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений функции  $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 24x + 1$  на отрезке  $x \in [-2;2]$ .

13. Пусть  $x_0$  – точка минимума функции  $f(x) = 5 - \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$ . Найдите  $f(x_0)$

14. Вычислите  $\cos\left(\operatorname{arccotg}\left(-\frac{1}{4}\right)\right)$

15. Два тела совершают прямолинейное движение по законам  $s_1(t) = 3t^2 - 2t + 10$ ,  $s_2(t) = t^2 + 5t + 1$ , где  $s$  – путь в метрах,  $t$  – время в секундах. Через сколько секунд, считая от  $t=0$ , скорость движения первого тела будет в два раза больше скорости движения второго тела?

**Часть 3.** Запишите номер задания, а затем его полное решение

16. а) Решите уравнение  $6 \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin 2x \cdot \cos \frac{7\pi}{3} = 2 + \cos^2 x$ ;

б) найдите корни на отрезке  $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$

16. Найдите все корни уравнения  $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x = -2 \sin\left(-\frac{17\pi}{4}\right) \cos\left(-\frac{9\pi}{4}\right)$ , принадлежащие области определения функции  $y = \sqrt{\pi^2 - 4x^2}$ .

17. Решите неравенство  $\sqrt{9x-20} < x$ .

17. Решите уравнение  $\sqrt{3x-2\sqrt{3x-1}} = 1 - \sqrt{3x-4\sqrt{3x-1}+3}$ .

18. (10-в,г,е,ж,и,к,л,м,н) Исследуйте свойства функции и постройте график функции  $y = \frac{\left(\left(\sqrt{x+2}\right)^2 - 3\right)(x+1)(4-x^3)}{x^4 - x^2}$ .

19. (10- в,г,д,е,ж,з,и,к,л,м,н) Решите неравенство  $\frac{4-3x}{2x-1} + 11\sqrt{\frac{3x-4}{2x-1}} > 24$ .

18. (10-д,з) Исследуйте свойства функции и постройте график функции  $y = \sqrt[3]{x^3 - x}$

19. (10-д,з) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $(a+1)x^2 + (1-2a)x + a - 8 = 0$  таковы, что один меньше  $-2$ , а другой больше  $1$ .

Решение. Пусть  $x_1$  и  $x_2$  — корни уравнения  $(a+1)x^2 + (1-2a)x + a - 8 = 0$ . Тогда  $x_1 + x_2 = \frac{2a-1}{a+1}$  и  $x_1 x_2 = \frac{a-8}{a+1}$ . По условию  $x_1 < -2$  и  $x_2 > 1$ . Тогда  $x_1 + x_2 < -1$  и  $x_1 x_2 < -2$ . Следовательно,  $\frac{2a-1}{a+1} < -1$  и  $\frac{a-8}{a+1} < -2$ . Решим систему неравенств  $\begin{cases} \frac{2a-1}{a+1} < -1 \\ \frac{a-8}{a+1} < -2 \end{cases}$ . Первое неравенство эквивалентно  $2a-1 < -a-1$ , т.е.  $3a < -2$ , т.е.  $a < -\frac{2}{3}$ . Второе неравенство эквивалентно  $a-8 < -2a-2$ , т.е.  $3a < 6$ , т.е.  $a < 2$ . Таким образом,  $a < -\frac{2}{3}$ . Проверим, что для  $a < -\frac{2}{3}$  действительно  $x_1 < -2$  и  $x_2 > 1$ . Пусть  $a < -\frac{2}{3}$ . Тогда  $a+1 < \frac{1}{3}$ . Тогда  $x_1 + x_2 = \frac{2a-1}{a+1} < -1$  и  $x_1 x_2 = \frac{a-8}{a+1} < -2$ . Тогда  $x_1 < -2$  и  $x_2 > 1$ . Ответ:  $a < -\frac{2}{3}$ .